

ЮБИЛЕЙНЫЕ ДАТЫ

Николай Митрофанович Крылов

(к восьмидесятилетию со дня рождения)

29 ноября 1959 года исполнилось 80 лет со дня рождения известного ученого-математика академика Николая Митрофановича Крылова.

Научная деятельность Н. М. Крылова началась в 1910 г. и длилась около 50 лет, в течение которых он опубликовал около 180 книг и статей по математике и математической физике, напечатанных советскими и зарубежными издательствами. Почти вся научная деятельность Н. М. Крылова протекала на Украине, где он был с 1917 года по 1922 год руководителем кафедры Крымского (б. Таврического) университета. Начиная с 1922 года и до конца своих дней, Н. М. Крылов руководил, а впоследствии был консультантом кафедры математической физики Академии наук УССР.

Основная часть работ Н. М. Крылова посвящена следующим главным направлениям: проблемам теории интерполяции, аппроксимаций и механических квадратур, приближенному интегрированию дифференциальных уравнений математической физики, вариационному исчислению и, наконец, обширной области нелинейной механики.

В исследованиях по теории аппроксимации и механическим квадратурам, относящихся к раннему периоду научной деятельности, Н. М. Крылов впервые применил для решения этих проблем методы теории функций действительной переменной и получил ряд результатов, которые обратили на себя внимание таких крупнейших ученых, как В. А. Стеклов и Л. Фейер.

К основным работам Н. М. Крылова по теории интерполяции и механическим квадратным относятся: «О разложениях в ряды по фундаментальным функциям, встречаемым при интегрировании одного дифференциального уравнения с частными производными 4-го порядка и о разложениях по полиномам Якоби», «О сходимости формул механических квадратур и о некоторых относящихся сюда вопросах».

Теоремы, выведенные здесь Н. М. Крыловым, в полной мере сохранили свою актуальность и применяются в современных исследованиях по теории интерполяции (см. монографию Фельдхейма *).

Значительная часть трудов Н. М. Крылова посвящена вопросам приближенного интегрирования дифференциальных уравнений математической физики. В этих исследованиях он стал на оригинальный и трудный путь создания эффективных формул для оценки ошибки, совершаемой при данном приближении.

Н. М. Крылову первому удалось преодолеть многочисленные трудности и получить весьма эффективные формулы для оценок погрешно-

* Feldheim Ervin, *Théorie de la convergence des procedes d'interpolation et de quadrature mécanique*, Paris, Gauthier-Villars, 1939 (*Mémorial des sciences mathématiques*, fascicule, 95).

сти в той области математической физики, где до его исследований ограничивалась лишь доказательствами существования или доказательствами сходимости аппроксимирующего процесса.

Основным содержанием работ по приближенным решениям проблем математической физики являлось исследование уже существующих и получение новых методов приближенного интегрирования, которые дают возможность установить наименее мажорированные выражения для ошибки n -го приближения. При этом основное внимание было уделено так называемым «граничным» задачам математической физики.

В связи с этим Н. М. Крылов начал развивать новые методы, пригодные для эффективного вычисления: метод вариационного алгоритма, метод Рунца и др.

Следует отметить, что даже доказательство сходимости метода Рунца до работ Н. М. Крылова было известно лишь для сравнительно простого случая, когда под знаком интеграла, подлежащего варьированию, стоит определенно-положительная квадратичная форма. Общий случай неопределенной формы был впервые изучен Н. М. Крыловым при помощи теории определителей бесконечного порядка. Глубокие идеи, выдвинутые им здесь, легли в основу ряда наиболее общих современных доказательств сходимости методов типа Рунца.

Основные результаты, полученные в этом направлении, обобщены в ряде крупных статей, среди которых наиболее важна статья «О различных обобщениях метода Рунца и о некоторых соприкасающихся вопросах» (Записки математического кабинета Крымского (б. Гаврического) университета им. М. В. Фрунзе, т. I и II).

В исследованиях по приближенному интегрированию, кроме вопросов оценки погрешности существующих методов, например метода Рунца, Н. М. Крылов рассматривал также вопросы, относящиеся к созданию новых, более общих методов математической физики, которые могут применяться как для доказательства существования решения, так и для фактического его построения. Н. М. Крылов создал метод приближенного интегрирования дифференциальных уравнений, названный им методом наименьших квадратов и имеющий то важное преимущество перед методом Рунца, что получаемые при его использовании приближения равномерно приближаются к искомому точному решению.

Кроме указанных методов приближенного решения проблем математической физики, Н. М. Крыловым был разработан также метод символического решения, имеющий большое значение в приложениях, в особенности в электротехнике. В этом направлении Н. М. Крылов установил очень важный метод приближенной символической интерпретации для решения дифференциальных уравнений с частными производными, причем особое внимание здесь было обращено на ряд конкретных примеров: продольные колебания стенок орудия, телеграфное уравнение и др.

Основные результаты по символическому решению обобщены в монографии «Методи набліженого і символічного розв'язання диференціальних рівнянь математичної фізики і техніки» (1931).

Основополагающие работы Н. М. Крылова в области приближенного интегрирования дифференциальных уравнений математической физики открыли пути для многочисленных исследований, и в настоящее время по этим вопросам существует уже обширная литература, в том числе ряд диссертаций и монографий, появившихся за последнее время как в СССР, так и за его рубежом.

Начиная примерно с 1932 г., Н. М. Крылов в тесном контакте со своим учеником и сотрудником Н. Н. Боголюбовым обратился к изучению актуальных проблем теории нелинейных колебательных процессов.

Как известно, изучение колебательных процессов очень важно для самых разнообразных разделов механики, физики и техники. Особо важное значение в развитии учения о колебаниях имеют так называемые нелинейные колебания, для которых соответствующие уравнения будут либо нелинейными, либо с коэффициентами, зависящими от времени.

Основоположниками методов, с помощью которых можно рассматривать нелинейные колебательные процессы, являются А. Пуанкаре и А. Ляпунов.

В 30-х годах школа А. И. Мандельштама и Н. Д. Папалекси применила методы Ляпунова — Пуанкаре к решению различных нелинейных проблем в радиотехнике, на нелинейность которых обратил еще ранее внимание пионер в теории нелинейных колебаний в радиотехнике голландский ученый Ван-дер-Поль.

Однако следует заметить, что методы Ляпунова — Пуанкаре пригодны только для исследования чисто периодических режимов, в то же время практически большое значение имеют квазипериодические режимы.

Следует также отметить, что нелинейные колебания приобрели особую актуальность и вызвали усиленный интерес в связи с быстрым развитием радиотехники и механики. Работая в этой области математической физики, сочетая глубокие теоретические построения и практическую направленность, Н. М. Крылов и Н. Н. Боголюбов положили основы новой отрасли математической физики — нелинейной механики.

Опубликованные Н. М. Крыловым многочисленные монографии и статьи по нелинейной механике получили широкую известность не только в нашей стране, но и за рубежом, а вопросам нелинейной механики посвящались специальные конференции. Эти работы развивались, в основном, в двух направлениях: 1) разработка формализма построения асимптотических разложений для приближенных решений соответствующих нелинейных дифференциальных уравнений, дающих решение не только в первом приближении (например, метод Ван-дер-Поля), но и высшие приближения, позволяющие приближенно исследовать колебательные процессы как периодические, так и квазипериодические и, кроме того, удовлетворяющие запросам практики в отношении простоты и наглядности расчетных схем; 2) общая теория динамических систем.

В первом направлении изучались дифференциальные уравнения с малым параметром и рассматривались проблемы получения асимптотических приближенных формул для фактического определения характеристик исследуемых колебательных процессов.

Заметим, что вопросы асимптотического интегрирования дифференциальных уравнений с малым параметром были предметом многочисленных исследований в области астрономии, проводившихся крупнейшими математиками, начиная с Лапласа и кончая Пуанкаре. Однако применительно к задачам астрономии ими рассматривались исключительно консервативные динамические системы, и это налагало существенное ограничение на возможность использования разработанных здесь методов нелинейной механики, где, как известно, основное значение имеют неконсервативные системы.

Н. М. Крылову удалось преодолеть эти трудности и построить методы асимптотического интегрирования для уравнений нелинейной механики. Поскольку практическое значение имеют лишь первые члены разложения по степеням малого параметра, особое внимание уделялось разработке таких простых приемов, которые позволили бы сразу определять эти члены, исходя из элементарных энергетических соображений. В числе достигнутых здесь результатов следует указать на принцип эквивалентной линеаризации, представляющий собой весьма

эффективное средство для решения практических задач современной вибротехники.

Эти асимптотические методы изложены в ряде монографий, опубликованных совместно с Н. Н. Боголюбовым, из которых укажем здесь на «Введение в нелинейную механику» (1937), «Приложение методов нелинейной механики к теории стационарных колебаний» (1934). Эти методы оказались настолько гибкими, что их удалось Н. Н. Боголюбову вывести за рамки нелинейной механики в собственном смысле и использовать в совершенно иных областях — в статистической физике, в теории кинетических уравнений, в квантовой теории поля и т. д.

В дальнейших работах Н. М. Крылову и Н. Н. Боголюбову удалось, минуя составления дифференциальных уравнений задачи, получить непосредственно символические уравнения, которые обладают гибкостью метода Хевисайда и представляют собой надлежащее обобщение символических методов для нелинейных проблем. Этому вопросу посвящена большая монография «Новые методы нелинейной механики в их применении к изучению работы электронных генераторов» (1934). Отметим, что асимптотические разложения как вообще расходящиеся часто вызывают трудности при их математическом обосновании. Здесь мы, естественно, приходим ко второму направлению работ по нелинейной механике — направлению, относящемуся к так называемой общей теории динамических систем.

Следует также упомянуть о классических работах Н. М. Крылова, в которых установлено существование и изучены основные свойства эргодических множеств, выделяющихся в фазовом пространстве динамической системы и физически соответствующих стационарным режимам колебаний. Введенные в этих работах понятия об эргодическом множестве, неразложимом распределении вероятности и т. д. оказались весьма плодотворными и прочно вошли в современную науку.

Одновременно с общими исследованиями эргодических множеств были с успехом исследованы их различные частные случаи, причем получен ряд замечательных теорем, устанавливающих существование квазипериодических решений для важного класса уравнений нелинейной механики.

Основные результаты, относящиеся к этим сложным вопросам, опубликованы Н. М. Крыловым совместно с Н. Н. Боголюбовым в работах: «Загальна теорія міри в нелінійній механіці», «Наслідки дії статистичної зміни параметрів на рух динамічних консервативних систем протягом досить тривалих періодів часу» (1938), «Про деякі проблеми теорії стохастичних систем» (1939) и др.

Давая общую характеристику научной деятельности Н. М. Крылова, нельзя не согласиться с академиком А. Данжуа, что Н. М. Крылов объединял в себе три категории ученых: он одновременно был выдающимся математиком, физиком и инженером. Ему были хорошо знакомы современный математический анализ в самых разнообразных областях, проблемы современной физики и, наконец, практические нужды техники.

Научное наследие, оставленное Н. М. Крыловым, нашло широкое применение в самых разнообразных областях современной физики и техники, а методы его развиваются успешно не только в Киеве, где Н. М. Крыловым и Н. Н. Боголюбовым создан крупный коллектив ученых в области математической физики, но и в ряде других научных центров Советского Союза, а также далеко за пределами нашей страны.

*Академик Н. Н. Боголюбов
Член-корреспондент АН УССР Ю. А. Митропольский*