

КРИТИКА И БИБЛИОГРАФИЯ

И. З. Штокало — Линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами

(асимптотические методы и критерии устойчивости и неустойчивости решений)
Изд-во АН УССР, 1960, 78 стр.

Выход в свет монографии И. З. Штокало, посвященной очень важному разделу теории линейных дифференциальных уравнений — рассмотрению вопроса об устойчивости и неустойчивости решений уравнений с квазипериодическими коэффициентами, является весьма своевременным.

Как известно, во многих случаях при изучении устойчивости движения допустимо ограничиться изучением малых отклонений и рассматривать линейные дифференциальные уравнения, вообще говоря, с переменными коэффициентами.

Рассмотрению таких уравнений посвящены многие работы, берущие свои идейные истоки в трудах А. М. Ляпунова, А. Пуанкаре, Флоке. Однако линейные дифференциальные уравнения с квазипериодическими коэффициентами до сих пор еще исследованы недостаточно.

Рассмотрению этого важного класса уравнений и посвящена монография И. З. Штокало.

В работе изучаются линейные дифференциальные уравнения с квазипериодическими коэффициентами, мало отличающимися от постоянных. Предполагается, что переменные части коэффициентов уравнения, обуславливающие их квазипериодичность, образованы конечными тригонометрическими суммами, аппроксимирующими равномерно на всей оси квазипериодические коэффициенты.

Основной задачей, поставленной в работе, является задача об исследовании поведения такого уравнения при $t \rightarrow \infty$ и, в частности, задача отыскания критериев, при которых общее решение уравнения стремится к нулю или же является неограниченным.

В монографии эта задача полностью решается и найдены эффективные критерии устойчивости и неустойчивости решений, получен общий метод решения линейных дифференциальных уравнений с коэффициентами указанного вида.

Основная идея монографии заключается в получении «формальной теоремы Флоке». Для реализации ее, основываясь на асимптотических методах Крылова—Боголюбова, строится «формальное» преобразование, сводящее дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами указанного вида к дифференциальному уравнению с постоянными коэффициентами. При этом получаются разложения по степеням малого параметра, вообще говоря, расходящиеся, однако в итоге приводящие к строгим, достаточно сильным критериям устойчивости и неустойчивости решений.

Монография состоит из восьми глав и приложения из которых первые три посвящены исследованию одного дифференциального уравнения n -го порядка и получению ряда результатов для тех случаев, когда вещественные части корней соответствующего характеристического уравнения отрицательны и различны. Кроме того, здесь исследуется зависимость структуры точных решений от решений уравнений нулевого приближения, а также приводится оценка m -го приближения.

Исследования, изложенные в следующих пяти главах, относятся к общей системе линейных дифференциальных уравнений первого порядка с квазипериодическими коэффициентами, указанного выше типа. Здесь используется матричный аппарат, что дает возможность устранить громоздкие изложения и приводит к стройной системе вычислений.

В приложениях рассматриваются конкретные примеры — маятник с вибрирующей точкой подвеса, обобщенное уравнение Матье, на которых наглядно показана эффективность полученных критериев и проиллюстрирован весь ход применения

развитого в монографии общего метода исследования устойчивости решения линейных дифференциальных уравнений рассмотренного типа.

Изложение монографии ясное и четкое.

Для выполнения основной проблемы, поставленной в монографии, автору пришлось провести ряд весьма тонких рассуждений при оценке влияния отстаточного члена на структуру решения и при получении удобных критериев устойчивости типа критериев Гурвица.

Здесь следует отметить, что некоторые из фундаментальных результатов монографии уже ранее были опубликованы автором в журнальных статьях и нашли широкое применение в практике и свое отражение в теоретических работах других авторов (Н. П. Еругина, В. А. Якубовича, Г. И. Бирюк и др.).

Выход в свет монографии И. З. Штокало безусловно принесет пользу специалистам в области дифференциальных уравнений, теории устойчивости и теории колебаний. Эффективные критерии, полученные автором, имеют большое значение как для развития теории, рассматриваемого класса уравнений, так и для актуальных приложений к различным задачам механики и техники.

Ю. А. Митропольский