

## Интегралы Фейнмана и метод Пуанкаре

*О. С. Парасюк*

В последнее время было выполнено ряд работ по исследованию аналитических свойств амплитуд Фейнмана как функций инвариантов. Достаточно полный анализ этих работ можно найти в обзоре Полькинхорна [1] и работах А. А. Логунова и др. [4]. Важное место среди этих исследований занимает работа Ландау [2], в которой найдены уравнения, определяющие особые точки для любой диаграммы Фейнмана.

В настоящей заметке мы хотим обратить внимание на одну работу Пуанкаре [3], в которой, как это ни удивительно, содержатся методы и часть результатов многих из процитированных выше работ. Делая ссылку на эту работу, а также на примыкающие к ней другие работы знаменитого математика, мы хотим обратить внимание специалистов на возможность использования методов Пуанкаре при дальнейшем исследовании этой проблемы.

Мы не можем вдаваться здесь в полный анализ работ Пуанкаре и поэтому будем подчеркивать только методы, разработанные Пуанкаре, и их связь с методами, применяемыми в работах по квантовой теории поля.

Так, в работе [3] «Разложение пертурбационной функции», Пуанкаре четко формулирует задачу об исследовании аналитических свойств интегралов как функции параметра. На странице 35 работы [3] выписан двойной интеграл

$$\iint F(x, y, z) dx dy$$

и предлагается метод исследования его аналитических свойств как функции комплексного параметра  $z$ .

Рассуждения статей Полькинхорна [1], Грибова [5] фактически воспроизводят почти дословно рассуждения Пуанкаре. Метод Пуанкаре основан на изменении контуров интегрирования и на концепции совпадающих особенностей и захвата контура интегрирования. Любопытно, что при этом он употребляет даже в одном месте английский термин «*pinch*».

Рассматривая затем применение своего метода к интересующему его случаю, Пуанкаре на стр. 39—41 изучает особенности двойных интегралов как функции двух параметров: эксцентриситета  $e$  и склонения  $I$  и приходит к уравнениям кривой сингулярностей, напоминающим уравнения спектральных кривых Ландау [1]. В некоторых частях менее полное, а в других — более полное изложение своего метода Пуанкаре привел также в своих «Новых методах небесной механики», т. I, гл. VI, ссылаясь при этом на Дарбу как на своего предшественника.

Сказанного достаточно для полного восстановления приоритета Пуанкаре в рассмотренном вопросе. Но наряду с этим, в работе Пуанкаре [8] стр. 102 содержится еще одно замечание, проливающее новый свет на указанную проблематику. Здесь Пуанкаре отмечает случаи, когда интегралы как функции параметров удовлетворяют линейным дифференциальным уравнениям класса Фукса. Заслуживает внимания также то обстоятельство, что разложения теории возмущений небесной механики и квантовой теории поля приводят к сходным математическим проблемам.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Dispersion relations, Editor G. R. Sreaton, Edinburgh—London, 1961, 65—93.
2. L. D. Landau, Nuclear Physics, 1959, v. 113, 181.
3. H. Poincaré, Développement de la fonction perturbatrice, Bulletin astronomique, t. 15, 1898, цитируется по Oeuvres de Henri Poincaré, V. VIII, Paris, 1952, 33—47.
4. А. А. Логунов, Лю И-чень, И. Т. Годоров, Н. А. Черников, Дисперсионные соотношения и аналитические свойства парциальных амплитуд в теории возмущений, Препринт, Р-1043, Дубна, 1962.
5. В. Н. Грибов и И. Т. Дятлов, ЖЭТФ, т. 42, вып. 1, 1961, 197—210.
6. H. Poincaré, Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste, V. I, Paris, 1892.
7. H. Poincaré, Sur les périodes des intégrales doubles et développement de la fonction perturbatrice, Oeuvres de Henri Poincaré, V. VIII, Paris, 1952, 102.

Поступила 27.11 1963 г.

Киев