ХРОНИКА

Сессия математиков Академий наук СССР и УССР

14—15 октября текущего года в Киеве состоялась совместная сессия отделения математики Академии наук СССР и отделения математики, механики и кибернетики Академии наук УССР. В работе сессии приняли участие академики и члены-корреспонденты Академии наук СССР и УССР, многие ученые-математики крупных математических центров нашей страны. Работа сессии была посвящена состоянию и основным направлениям развития исследований в области обыкновенных дифференциальных уравнений за последние годы. Обзорный доклад на эту тему был прочитан председателем комиссии по обыкновенным дифференциальным уравнениям академиком АН УССР Ю. А. Митропольским.

Запросы бурно развивающейся современной физики и техники обусловили в последние годы широкий размах исследований в области обыкновенных дифференциальных уравнений, проводимых во многих научных центрах нашей страны. Получили развитие качественные и асимптотические методы для нелинейных систем, многочисленные задачи, связанные с необходимостью определения устойчивости движения способствовали развертыванию исследований по определению свойств решений дифференциальных уравнений исходя из аналитической формы самого уравнения. Вопросы автоматического управления вызвали интерес к развитию теории дифференциальных уравнений с запаздыванием и т. д. В докладе освещены лишь некоторые результаты последнего времени в этой обширной области математики.

Существенные результаты получены в области исследования систем дифференциальных уравнений с малым параметром при старшей производной, при этом весьма эффективным явился предложенный Л. С. Понтрягиным совершенно новый подход к изучению этих уравнений, основанный на изучении быстрых движений. Важную роль в развитии общей теории обыкновенных дифференциальных уравнений сыграл цикл работ по математической теории оптимальных процессов. Большое место занимают исследования нелинейных систем с малым параметром при производных. Для таких систем установлено соответствие между решениями исходной системы и вырожденной (параметр равен нулю), а также предельный их переход.

По проблеме устойчивости возмущенных гамильтоновых систем разработан новый метод, позволивший доказать существование большого класса устойчивых решений в классической задаче трех тел. Этот метод находит применение не только для исследования классических проблем, но и целого ряда современных задач.

Значительное место в теории дифференциальных уравнений занимают асимптотические методы нелинейной механики, получившие широкое признание и развитие не только в нашей стране, но и за рубежом.

Метод усреднения, применявшийся давно в задачах небесной механики, получил глубокое математическое обоснование в ряде работ Н. Н. Боголюбова. Новый подход в качественной теории дифференциальных уравнений, основанный на идеях теории интегральных многообразий, позволил более глубоко установить связь между решениями точных и приближенных уравнений, полученных путем усреднения точных. Метод интегральных многообразий позволил строго обосновать так называемый одночастотный метод в нелинейной механике и значительно расширить область его применения.

В последнее время значительно усилились исследования, посвященные теории дифференциальных уравнений со случайными параметрами и случайными функциями. Эти исследования связаны не только с проблемами существования и единственности решений стохастических дифференциальных уравнений, но также и с вопросами устойчивости, ограниченности решений на бесконечном временном интервале, а также асимптотических разложений.

Широкое проникновение современных методов функционального анализа для исследования обыкновенных дифференциальных уравнений в функциональных пространствах явилось мощным толчком для развития теории этих уравнений.

Важным и очень обширным направлением исследований является теория дифференциальных уравнений с отклоняющимся аргументом. Наиболее изученными здесь стали уравнения с запаздывающим аргументом, описывающие процессы с последствием и связанные с многочисленными актуальными проблемами современной техники и физики. Основы систематической теории таких уравнений были заложены в конце сороковых годов, но несмотря на это сейчас число работ в этой области исчисляется сотнями.

Развитие теории обыкновенных дифференциальных уравнений в настоящее время характеризуется привлечением новых методов и идей — топологических методов, методов функционального анализа; оно также обязано тесному контакту с методами современной вычислительной математики.

В заключение докладчик отмечает те направления исследований, которые получат наиболее плодотворное и эффективное развитие в ближайшие годы:

1. Теория дифференциальных уравнений в функциональных пространствах. Здесь дальнейшее развитие получат асимптотические методы нелинейной механики в связи с исследованием бесконечных систем, теория интегральных многообразий, метод усреднения, теория краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений и др.

2. Качественные методы, связанные с изучением структуры фазового пространства многомерных динамических систем.

3. Исследования в области эргодической теории, составляющей специальный раздел — метрическую теорию дифференциальных уравнений.

4. Изучение решений обыкновенных дифференциальных уравнений при наличии случайных возмущений.

5. Теория дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом в направлении изучения устойчивости и асимптотического поведения решений неавтономных линейных систем и нелинейных систем с неавтономной главной частью и запаздыванием.

6. Применение современных методов теории дифференциальных уравнений к задачам небесной механики.

7. В связи с быстрым и широким проникновением во многие разделы естествознания вычислительной техники, естественно возникновение и развитие не только новых методов теории дифференциальных уравнений, более полно использующих возможности вычислительной техники и существующих аналитических методов, но и совершенно новых подходов к изучению интересующих нас явлений.

В докладе В. В. Немыцкого «Некоторые направления и результаты в качественной теории дифференциальных уравнений» были освещены последние результаты автора и его учеников по исследованиям в целом систем вида

$$\frac{dx}{dt}=A(t)x+f(t,x)$$

методом обобщенных функций Ляпунова.

Доклад Н. П. Еругина и А. И. Яблонского «Работы по аналитической теории дифференциальных уравнений» посвящен развитию аналитической теории дифференциальных уравнений за последние 15 лет. В нем освещены последние результаты по теории подвижных особых точек систем двух обыкновенных дифференциальных уравнений и одного уравнения второго порядка типа Пенлеве. В частности, указывается, что имеются большие классы решений уравнений Пенлеве, не являющиеся новыми трансцендентными функциями. Выяснена асимтотика расположения подвижных особых точек, качественная картина. Показано, какое положение создалось на сегодня в этой области и какие задачи здесь возникают.

В докладе Ю. Д. Соколова, А. Ю. Лучка «О развитии метода осреднения функциональных поправок» рассмотрен большой цикл исследований по приближенному решению уравнений, проведенных в Институте математики АН УССР. Возникновение метода связано с решением задач о неустановившихся движениях грунтовых вод, сводящихся к решению известного уравнения Буссинеска. В дальнейшем этот метод был развит применительно к решению интегральных уравнений (линейных и нелинейных) с постоянными и переменными пределами интегрирования, к решению задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений, одномерной краевой задачи и линейных относительных вторых производных уравнений эллиптического, гиперболического и параболического типов.

В докладе И. И. Гихмана «О некоторых вопросах теории дифференциальных уравнений при наличии случайных возмущений» рассматривается задача об устойчивости точки покоя динамической системы при случайных возмущениях как непрерывно действующих во времени, так и при возмущениях в некоторые (случайные) моменты времени. Возмущенное движение такой системы формально описывается с помощью следующего стохастического дифференциального уравнения

$$d\xi=a(t,\xi)\,dt+\omega(dt,t,\xi),$$

в котором $a(t, \xi)$ — векторная функция со значениями в n-мерном эвклидовом пространстве, характеризующая «регулярную» (неслучайную) часть смещения; $\omega(dt, t, \xi)$ — случайное возмущение, которое в свою очередь состоит из двух частей: одна из них при фиксированных t и ξ является непрерывной функцией от dt, а вторая изменяется только скачками. Устанавливаются условия существования решений указанного уравнения и их устойчивость.

Наконец, был заслушан доклад В. М. Миллионщикова на тему: «Новый критерий устойчивости для нелинейных уравнений с периодическими коэффициентами».

К. А. Бреус