УДК 512.25/.26+519.3:330.115

К вопросу о построении правильных отсечений при решении частично дискретных задач линейного программирования

Ю. Ю. Червак

В данной работе обсуждаются некоторые модификации метода отсечения, предложенного автором в работе [1].

Будем пользоваться символикой, использованной в работе [1].

1. Если наибольшее из чисел $\overline{a}_{00}^r$ и $\hat{a}_{00}^r$ (пусть, например, $\overline{a}_{00}^r \geqslant \hat{a}_{00}^r$) не удовлетворяет условию дискретности $(\overline{a}_{00}^r \notin D_0)$, тогда вместо правильного отсечения (см. [1, формула (10)]) можно использовать ограничение $x_0 \leqslant [\overline{a}_{00}^r]$ или иначе

$$x_{n+r+1} = [\overline{a}_{00}^r] - a_{00}^r + \sum_{j \in N_r} (-a_{0j}^r)(-x_j), \quad x_{n+r+1} \geqslant 0. \tag{1}$$

Здесь $[\overline{a}_{00}^r] = \max\{x_{0s} \mid s \in \{1, \ldots, q_0\};\ x_{0s} \leqslant \overline{a}_{00}^r\}$.

2. Пусть

$$a_{00}^r = \overline{a}_{00}^r = \hat{a}_{00}^r. \tag{2}$$

В этом случае для построения правильного отсечения в работе [1] используется вспомогательная функция x_{-1}, а в процессе решения двух вспомогательных задач линейного программирования переменная x_l, вводимая в базис, выбирается по специальному правилу.

Здесь в этом случае предлагается другой способ построения правильного отсечения. Две вспомогательные задачи решаем, применяя лексикографический двойственный симплекс-метод.

Пусть

$$p+1=\min\{i \mid i\in\{1,\ldots,n_1\};\quad (\overline{a}^r_{i0}\neq a^r_{i0})\vee(\hat{a}^r_{i0}\neq a^r_{i0})\}$$

($\vee$ — знак логической операции «или»). Легко видеть, что $0<p+1<t$ Введем обозначения:

$$\overline{M}_s=\{j \mid j\in\overline{N}_r;\quad \overline{a}^r_{s-1,j}=\overline{a}^r_{s-2,j}=\ldots=\overline{a}^r_{0j}=0\},$$

$$\hat{M}_s=\{j \mid j\in\hat{N}_r;\quad \hat{a}^r_{s-1,j}=\hat{a}^r_{s-2,j}=\ldots=\hat{a}^r_{0j}=0\},\quad \overline{M}_0=\overline{N}_r,\quad \hat{M}_0=\hat{N}_r,$$

$$\varphi_j(s)=\varphi_j(s+1)+\lambda_s a^r_{sj},\quad \varphi_j(p+1)=\mu' a^r_{tj}-a^r_{p+1,j},$$

$$\overline{\varphi}_j(s)=\overline{\varphi}_j(s+1)+\lambda_s\overline{a}^r_{sj},\ \overline{\varphi}_j(p+1)=\mu'\overline{a}^r_{tj}-\overline{a}^r_{p+1,j},$$

$$\hat{\varphi}_j(s)=\hat{\varphi}_j(s+1)+\lambda_s\hat{a}^r_{sj},\ \hat{\varphi}_j(p+1)=\mu'\hat{a}^r_{tj}-\hat{a}^r_{p+1,j},\ s=0,1,\ldots,p.$$

$$\mu'=\frac{\hat{a}^r_{p+1,0}-\overline{a}^r_{p+1,0}}{\langle a^r_{t0}\rangle-[a^r_{t0}]}.$$

$$c'=\begin{cases}\overline{a}^r_{p+1,0}-\mu'[a^r_{t0}], & \text{если } \overline{a}^r_{p+1,0}\geqslant\hat{a}^r_{p+1,0},\\ \hat{a}^r_{p+1,0}-\mu'\langle a^r_{t0}\rangle, & \text{если } \overline{a}^r_{p+1,0}\leqslant\hat{a}^r_{p+1,0}.\end{cases}$$

Теорема. *Если выполняется условие* (2), *тогда ограничение*

$$x_{n+r+1}=\varphi_0(p+1)+c'+\sum_{j\in N_r}\varphi_j(0)(-x_j),\quad x_{n+r+1}\geqslant 0 \tag{3}$$

является правильным отсечением при любых значениях $\lambda_0,\lambda_1,\ldots,\lambda_p$, *удовлетворяющих системе неравенств*:

$$\begin{gathered}\overline{\varphi}_j(s)\leqslant 0\quad (j\in\overline{N}_r\cap\overline{M}_s),\\ \hat{\varphi}_j(s)\leqslant 0\quad (j\in\hat{N}_r\cap\hat{M}_s),\quad s=0,1,\ldots,p.\end{gathered} \tag{4}$$

Справедливость этой теоремы легко доказывается путем $(p+1)$-кратного применения теоремы 2 из [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. Ю. Червак, Об одном методе отсечения для дискретных задач, УМЖ, т. 23, № 6, 1971.

Поступила 21.III 1972 г.

Ужгородский государственный университет