УДК 517.432.1

В. П. Гоел

Об обобщении $\widetilde{\omega}_{u,v}(x)$-преобразования

В статье получено дифференциальное уравнение, которому удовлетворяет функция

$$\overline{W}^{p,q}_{u,v}(x)=\frac{x^{n+\frac{1}{2}}}{2^{u+v}}\int_0^\infty J^q_v\left(\frac{t^2}{4}\right)J^p_u\left(\frac{x^2}{4t^2}\right)t^v\frac{dt}{t^{u+1}},$$

а также формулы обращения для $W^{p,q}_{u,v}$-преобразования согласно формуле

$$f(x)=\int_0^\infty \overline{W}^{p,q}_{u,v}(xy)\,g(y)\,dy,$$

где $p,q\in[0,1]$ — рациональные, $\operatorname{Re}u>-\frac{1}{2}$, $\operatorname{Re}v>-\frac{1}{2}$, $J^p_u(x)$ — обобщенная функция Бесселя, определяемая рядом $J^p_u(x)=\sum\limits_{r=0}^{\infty}\frac{(-x)^r}{r!\Gamma(1+a+br)}$.

1. Введение. В [1] дается следующее определение ядра $\widetilde{\omega}_{u,v}(x)$:

$$\widetilde{\omega}_{u,v}(x)=\sqrt{x}\int_0^\infty J_u(t)\,J_v\left(\frac{x}{t}\right)\frac{dt}{t},\quad x>0,\ \operatorname{Re}u>-\frac{3}{2},\ \operatorname{Re}v>-\frac{3}{2}. \tag{1.1}$$

В статье [2] преобразование Ханкеля обобщается следующим образом:

$$f(x)=\frac{1}{2^u}\int_0^\infty (xy)^{u+\frac{1}{2}}J^p_u\left(\frac{x^2y^2}{4}\right)g(y)\,dy,\quad p>0,\ \operatorname{Re}u>-1, \tag{1.2}$$

где $J^p_u(x)$ — введенная Райтом обобщенная функция Бесселя [3], определяемая рядом

$$J^p_u(x)=\sum_{r=0}^{\infty}\frac{(-x)^r}{r!\Gamma(1+u+pr)},\quad \operatorname{Re}p>0. \tag{1.3}$$

Функция $f(x)$, определяемая формулой (1.2), называется J^p_u-преобразованием $g(x)$. Далее,

$$J^p_u(x)=\begin{cases}O(1) & \text{для малых } x,\\ O\left[x^{-k\left(u+\frac{1}{2}\right)}\exp\left\{(px)^k\dfrac{\cos\pi k}{pk}\right\}\right],\ k=\dfrac{1}{1+p}, & \text{для больших } x.\end{cases}$$

В статье [4] введено ядро $\overline{W}^{p}_{u,v}(x)$, являющееся обобщением ядра $\widetilde{\omega}_{u,v}(x)$:

$$\overline{W}^{p}_{u,v}(x)=\frac{x^{u+\frac{1}{2}}}{2^{u}}\int\limits_{0}^{\infty}J_{v}(t)\,J^{p}_{u}\left(\frac{x^{2}}{4t^{2}}\right)\frac{dt}{t^{u+1}},\ \operatorname{Re}u>-\frac{1}{2},\ \operatorname{Re}v>-\frac{1}{2},\ p>0. \tag{1.4}$$

Можно показать, что ядро $\overline{W}^{p}_{u,v}(x)$ не является ядром Фурье. При $p=1$ $\overline{W}^{p}_{u,v}(x)$ сводится к $\widetilde{\omega}_{u,v}(x)$.

В стать [5] дается дальнейшее обобщение $\overline{W}^{p}_{u,v}(x)$ при помощи формулы

$$\overline{W}^{p,q}_{u,v}(x)=\frac{x^{u+\frac{1}{2}}}{2^{u+v}}\int\limits_{0}^{\infty}J^{q}_{v}\left(\frac{t^{2}}{4}\right)J^{p}_{u}\left(\frac{x^{2}}{4t^{2}}\right)t^{v}\,\frac{dt}{t^{u+1}},\ 0\leqslant p\leqslant 1,\ 0\leqslant q\leqslant 1,$$

$$\operatorname{Re}u>-\frac{1}{2},\ \operatorname{Re}v>-\frac{1}{2}. \tag{1.5}$$

Ядро $\overline{W}^{p,q}_{u,v}(x)$ также не является ядром Фурье.

Полагая $q=1$, сводим функцию $\overline{W}^{p,q}_{u,v}(x)$ к $\overline{W}^{p}_{u,v}(x)$; и далее, полагая $p=1$, — к $\widetilde{\omega}_{u,v}(x)$.

В этой же статье найдено преобразование Меллина для этой функции и доказано, что

$$\overline{W}^{p,q}_{u,v}(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)x^{-s}ds}{\Gamma\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}\Gamma\left\{1+v-q\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}} \tag{1.6}$$

при условии $0\leqslant p\leqslant 1$, $0\leqslant q\leqslant 1$, $\operatorname{Re}\left(-u-\frac{1}{2},\ -v-\frac{1}{2}\right)<c<1$, $(s=c+it)$, (если $p=q=1$, то $c<0$).

Преобразованием Меллина функции $\widetilde{\omega}_{u,v}(x)$ является

$$\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{u}{2}-\frac{s}{2}+\frac{3}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}-\frac{s}{2}+\frac{3}{4}\right)}. \tag{1.7}$$

При этих ограничениях интеграл в правой части (1.6) сходится абсолютно и равномерно в области A, определяемой условиями $r>0$, $|\theta|<\varpi$, $(0<\varpi\leqslant\pi)$, и $\overline{W}^{p,q}_{u,v}(x)$ принадлежит классу $A(\varpi,\alpha)$; $x^{c}\,\overline{W}^{p,q}_{u,v}(x)$ ограничена для всех значений c в области $\max\operatorname{Re}\left(-u-\frac{1}{2},\ -v-\frac{1}{2}\right)<c<1$.

Следуя работе [5], скажем, что функция $f(x)$ является $\overline{W}^{p,q}_{u,v}(x)$ преобразованием $g(x)$, если

$$f(x)=\int\limits_{0}^{\infty}\overline{W}^{p,q}_{u,v}(xy)\,g(y)\,dy,\ 0\leqslant p\leqslant 1,\ 0\leqslant q\leqslant 1,\ \operatorname{Re}u>-\frac{1}{2},\ \operatorname{Re}v>-\frac{1}{2}. \tag{1.8}$$

2. Дифференциальное уравнение. Имеем [5]

$$x^{-\frac{1}{2}}\overline{W}_{u,v}^{p,q}(x)=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{+\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)x^{-s-\frac{1}{2}}ds}{\Gamma\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}\Gamma\left\{1+v-q\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}},\tag{2.1}$$

$$(s=c+it),\ 0\leqslant p\leqslant 1,\ 0\leqslant q\leqslant 1,\ -\operatorname{Re}(u,v)-\frac{1}{2}<c<1.$$

Обозначая $x^{-\frac{1}{2}}\overline{W}_{u,v}^{p,q}(x)$ через y и дифференцируя обе части (2.1) по x, получим

$$\frac{dy}{dx}=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\left(-s-\frac{1}{2}\right)x^{-s-\frac{3}{2}}ds}{\Gamma\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}\Gamma\left\{1+v-q\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}}.\tag{2.2}$$

Здесь дифференцирование под знаком интеграла законно при ограничениях в (2.1), так как интеграл от производной по x подынтегральной функции сходится равномерно. Умножая обе части (2.1) на $\frac{u}{2}$, (2.2) — на $\frac{x}{2}$, затем вычитая и обозначая $\theta=x\frac{d}{dx}$, получим

$$\left(\frac{u}{2}-\frac{\theta}{2}\right)y=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{5}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)x^{-s-\frac{1}{2}}ds}{\Gamma\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}\Gamma\left\{1+v-q\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}}.\tag{2.3}$$

Повторяя этот процесс снова, получим

$$\left(1+\frac{u}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{u}{2}-\frac{\theta}{2}\right)y=$$

$$=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}+2\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)x^{-s-\frac{1}{2}}ds}{\Gamma\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}\Gamma\left\{1+v-q\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}}.$$

Продолжая его m раз, находим

$$\left\{\left(m-1+\frac{u}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\left(m-2+\frac{u}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\cdots\left(\frac{u}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\right\}y=$$

$$
=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}+m\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)x^{-s-\frac{1}{2}}ds}{\Gamma\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}\Gamma\left\{1+v-q\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}}. \tag{2.4}
$$

Продифференцируем (2.4) по x, и умножаем обе части полученного равенства на $\frac{px}{2}$. Полученное выражение сложим с равенством (2.4), предварительно умножив обе части его на $\left(u-\frac{pu}{2}\right)$ и обозначив $\theta=x\frac{d}{dx}$. В результате получим

$$
\left\{\left(u-\frac{pu}{2}+\frac{p\theta}{2}\right)\left(m-1+\frac{u}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\cdots\left(\frac{u}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\right\}y=
$$

$$
=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}+m\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)x^{-s-\frac{1}{2}}ds}{\Gamma\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)-1\right\}\Gamma\left\{1+v-q\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}}. \tag{2.5}
$$

Повторяя этот процесс n раз, получим

$$
\left\{\left(u-\frac{pu}{2}+\frac{p\theta}{2}-n+1\right)\cdots\left(u-\frac{up}{2}+\frac{p\theta}{2}\right)\left(m-1+\frac{u}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\cdots\right.
$$

$$
\left.\cdots\left(\frac{u-\theta}{2}\right)\right\}y=
$$

$$
=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}+m\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)x^{-s-\frac{1}{2}}ds}{\Gamma\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)-n\right\}\Gamma\left\{1+v-q\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}}. \tag{2.6}
$$

Наконец, повторяя первый процесс m раз, заменяя v на u, и второй процесс — j раз, заменяя v и q соответственно на u и p, получим:

$$
\left\{\left(v-\frac{qv}{2}+\frac{q\theta}{2}-j+1\right)\cdots\left(v-\frac{qv}{2}+\frac{q\theta}{2}\right)\left(\frac{v-\theta}{2}+m-1\right)\cdots\right.
$$

$$
\cdots\left(\frac{v-\theta}{2}\right)\left(u-\frac{pu}{2}+\frac{p\theta}{2}-n+1\right)\cdots\left(u-\frac{pu}{2}+\frac{p\theta}{2}\right)\times
$$

$$
\left.\times\left(\frac{u-\theta}{2}+m-1\right)\cdots\left(\frac{u-\theta}{2}\right)\right\}y=
$$

$$
=\frac{1}{2\pi i}\int\limits_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}+m\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}+m\right)x^{-s-\frac{1}{2}}ds}{\Gamma\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)-n\right\}\Gamma\left\{1+v-q\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)-j\right\}},
$$

$$(s=c+it),\ 0\leqslant p\leqslant 1,\ 0\leqslant q\leqslant 1,\ -\operatorname{Re}(u,v)-\frac{1}{2}<c<1, \tag{2.7}$$

где $m,\ n,\ j$ — целые положительные числа, $\theta=x\frac{d}{dx}$.

Заменяя в правой части равенства (2.7) s на $s-2m$, p на $\frac{n}{m}$; q на $\frac{j}{m}$ так, чтобы $m\geqslant n,\ m\geqslant j$ в обеих частях (2.7), получим

$$\left\{\left(v-\frac{vj}{2m}+\frac{j\theta}{2m}-j+1\right)\dots\left(v-\frac{vj}{2m}+\frac{j\theta}{2m}\right)\left(\frac{v-\theta}{2}+m-1\right)\dots\right.$$
$$\dots\left(\frac{v-\theta}{2}\right)\left(u-\frac{nu}{2m}+\frac{n\theta}{2m}-n+1\right)\dots\left(u-\frac{nu}{2m}+\frac{n\theta}{2m}\right)\times$$
$$\left.\times\left(\frac{u-\theta}{2}+m-1\right)\dots\left(\frac{u-\theta}{2}\right)\right\}y=$$
$$=\frac{x^{2m}}{2^{4m}2\pi i}\int\limits_{c+2m-i\infty}^{c+2m+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)x^{-s-\frac{1}{2}}\,ds}{\Gamma\left\{1+u-\frac{n}{m}\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}\Gamma\left\{1+v-\frac{j}{m}\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\right\}}, \tag{2.8}$$

$$(s=c+it),\ 0\leqslant\frac{n}{m}\leqslant 1,\ 0\leqslant\frac{j}{m}\leqslant 1,\ -\operatorname{Re}(u,v)-\frac{1}{2}<c<1.$$

Учитывая, что подынтегральная функция не имеет полюсов между прямыми $\rho=c+2m$ и $\rho=c$, сдвинем прямую интегрирования от $\rho=c+2m$ к $\rho=c$.

Таким образом получим

$$\left\{\left(v-\frac{vj}{2m}+\frac{j\theta}{2m}+j+1\right)\dots\left(v-\frac{vj}{2m}+\frac{j\theta}{2m}\right)\left(\frac{v-\theta}{2}+m-1\right)\dots\right.$$
$$\dots\left(\frac{v-\theta}{2}\right)\left(u-\frac{nu}{2m}+\frac{n\theta}{2m}-n+1\right)\dots\left(u-\frac{nu}{2m}+\frac{n\theta}{2m}\right)\times$$
$$\left.\times\left(\frac{u-\theta}{2}+m-1\right)\dots\left(\frac{u-\theta}{2}\right)\right\}y=\frac{x^{2m}y}{2^{4m}}. \tag{2.9}$$

Этому дифференциальному уравнению удовлетворяет функция $x^{-1/2}\overline{W}_{u,v}^{\frac{n}{m},\frac{j}{m}}(x)$, где $m,\ n$ и j — положительные целые числа такие, что $m\geqslant n,\ m\geqslant j,\ 0\leqslant\frac{n}{m}\leqslant 1.\ 0\leqslant\frac{j}{m}\leqslant 1,\ \operatorname{Re}u>-\frac{1}{2},\ \operatorname{Re}v>-\frac{1}{2}.$

Рассмотрим частный случай. Положив $m=n=j=1$ в (2.9), получим

$$\{(u^2-\theta^2)(v^2-\theta^2)\}\,y=x^2y \tag{2.10}$$

— дифференциальное уравнение для функции $x^{-\frac{1}{2}}\tilde{\omega}_{u,v}(x)$.

Это известный результат (см. [6]).

3. Формула обращения. Имеем (см. [5])

$$f(x) = \int_0^\infty \overline{W}_{u,v}^{p,q}(xy)\, g(y)\, dy, \tag{3.1}$$

при условии $0 < p \leqslant 1$, $0 \leqslant q < 1$, $\operatorname{Re} u > -\frac{1}{2}$, $\operatorname{Re} v > -\frac{1}{2}$.

Предположим, что преобразование Меллина $F(s)$ функции $f(x)$ существует, тогда

$$F(s) = \int_0^\infty x^{s-1} f(x)\, dx = \int_0^\infty x^{s-1} \int_0^\infty \overline{W}_{u,v}^{p,q}(x, y)\, g(y)\, dy dx. \tag{3.2}$$

Меняя порядок интегрирования в правой части (3.2), что является законным при ограничениях, принятых в (3.1), а также, учитывая, что функция $\{y^{-\operatorname{Re} s} g(y)\}$ принадлежит $L(0, \infty)$, получим

$$F(s) = \int_0^\infty g(y) \int_0^\infty x^{s-1} \overline{W}_{u,v}^{p,q}(xy)\, dx dy. \tag{3.3}$$

Вычисляем внутренний интеграл в правой части (3.3), используя [5]. Получим

$$F(s) = \frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2} + \frac{s}{2} + \frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2} + \frac{s}{2} + \frac{1}{4}\right)}{\Gamma\left\{1 + u - p\left(\frac{u}{2} + \frac{s}{2} + \frac{1}{4}\right)\right\}\Gamma\left\{1 + v - q\left(\frac{v}{2} + \frac{s}{2} + \frac{1}{4}\right)\right\}} \times$$

$$\times \int_0^\infty y^{-s} g(y)\, dy. \tag{3.4}$$

Заменяя s на $1 - s$ в (3.4), получим

$$\int_0^\infty y^{s-1} g(y)\, dy = \frac{2^{2s-1}\Gamma\left\{1 + u - p\left(\frac{u}{2} - \frac{s}{2} + \frac{3}{4}\right)\right\}}{\Gamma\left(\frac{u}{2} - \frac{s}{2} + \frac{3}{4}\right)} \times$$

$$\times \frac{\Gamma\left\{1 + v - q\left(\frac{v}{2} - \frac{s}{2} + \frac{3}{4}\right)\right\}}{\Gamma\left(\frac{v}{2} - \frac{s}{2} + \frac{3}{4}\right)} F(1 - s). \tag{3.5}$$

Применяя формулу обращения Меллина, получаем

$$g(y) = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \frac{2^{2s-1}\Gamma\left\{1 + u - p\left(\frac{u}{2} - \frac{s}{2} + \frac{3}{4}\right)\right\}}{\Gamma\left(\frac{u}{2} - \frac{s}{2} + \frac{3}{4}\right)} \times$$

$$\times \frac{\Gamma\left\{1 + v - q\left(\frac{v}{2} - \frac{s}{2} + \frac{3}{4}\right)\right\}}{\Gamma\left(\frac{v}{2} - \frac{s}{2} + \frac{3}{4}\right)} F(1 - s)\, y^{-s} ds, \tag{3.6}$$

$$(s=c+it),\ \operatorname{Re}\left\{1+u-p\left(\frac{u}{2}-\frac{s}{2}+\frac{3}{4}\right)\right\}>0,\ \operatorname{Re}\left\{1+v-\right.$$

$$\left.-q\left(\frac{v}{2}-\frac{s}{2}+\frac{3}{4}\right)\right\}>0,\ 0\leqslant p\leqslant 1,\ 0\leqslant q\leqslant 1,\ \operatorname{Re}u>-\frac{1}{2},$$

$$\operatorname{Re}v>-\frac{1}{2},\ -\operatorname{Re}(u,v)-\frac{1}{2}<c<1.$$

Следовательно, получаем следующую теорему.

Теорема. *Пусть функция $g(y)$ непрерывна на полупрямой $y \geqslant 0$, и*

$$f(x)=\int_0^\infty \overline{W}_{u,v}^{p,q}(xy)\, g(y)\, dy.$$

Тогда $g(y)$ определяется по формуле (3.6) *при условиях, принятых в* (3.6), *а также, если $y^{c-1}g(y)$ и $x^{c-1}f(x)$ принадлежат $L(0,\infty)$ и $F(s)$ является преобразованием Меллина функции $f(x)$.*

Частный случай. Положив в (3.1) $p=q=1$, находим

$$f(x)=\int_0^\infty \widetilde{\omega}_{u,v}(xy)\, g(y)\, dy, \tag{3.7}$$

и из (3.6) получаем

$$g(y)=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\frac{2^{2s-1}\Gamma\left(\frac{u}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}+\frac{s}{2}+\frac{1}{4}\right)}{\Gamma\left(\frac{u}{2}-\frac{s}{2}+\frac{3}{4}\right)\Gamma\left(\frac{v}{2}-\frac{s}{2}+\frac{3}{4}\right)}F(1-s)\, y^{-s}ds, \tag{3.8}$$

$(s=c+it)$, $\quad -\operatorname{Re}(u,v)-\frac{1}{2}<c<0.$

Применяя теорему Парсеваля [7] и используя (1.7), получим

$$g(y)=\int_0^\infty \widetilde{\omega}_{u,v}(xy)\, f(x)\, dx. \tag{3.9}$$

Это следует из того, что $\widetilde{\omega}_{u,v}(x)$ — ядро Фурье [1].

Выражаю благодарность В. П. Мэйнра за его помощь и поддержку при работе над данной статьей.

ЛИТЕРАТУРА

1. G. N. Watson, Some self-reciprocal functions, Quart. Jour. Math., Oxford, 2, 1931.
2. R. P. Agarwal, Some properties of generalised Hankel's transform, Bull. Cal. Math. Soc., 43, 4, 1951.
3. E. M. Wright, The asymptotic expansion of the generalised Bessel function, Proc. Lond. Math. Soc., 38, 1935.
4. V. K. Varma, Thesis for the degree of Ph. D. of University of Lucknow, India, 1959.
5. P. Singh, Certain theorems on self-reciprocal functions, Bull. de l'Aca. royle de Belgique (classes des sciences), 56, 5, 1970.
6. V. P. Mainra and B. Singh, On the asympotic expansion of $\widetilde{\omega}_{u,v}(x)$, B. I. T. S., Jorn., Vol. 11 (To appear).
7. E. C. Tatchmarsch, Introduction to the theory of Fourier Integrals, Oxford, 2-nd edition, (2. 1. 23), 1967, pp. 54.

Индия

Поступила в редакцию 29.XI 1974 г.