УДК 517.54:513.83

О. В. Иванов

О топологических свойствах одного конформно-инвариантного бикомпактного расширения с первой аксиомой счетности

Изучение вопроса о соответствии границ при конформных отображениях приводит к понятию конформно-инвариантного бикомпактного расширения плоской области [1—6]. Граничные элементы таких расширений являются конформными инвариантами. Первым примером инвариантных граничных элементов были «простые концы», введенные Каратеодори. Затем было обнаружено, что кроме этих граничных элементов существует бесконечное множество метризуемых и неметризуемых бикомпактных расширений области таких, что возникающие при этом граничные элементы будут тоже конформно-инвариантными.

В статье строится новое неметризуемое конформно-инвариантное бикомпактное расширение b_*D плоской односвязной области D, удовлетворяющее первой аксиоме счетности (теорема 1) и используемое в приложениях. Дано описание фундаментальных систем окрестностей граничных элементов (теорема 2). Сочетание простой геометрии границы с ее сложным топологическим строением (неметризуемость) приводит к необычной структуре граничных траекторий, порождаемых конформными автоморфизмами (теорема 3). Так, граничная траектория, порождаемая однопараметрической группой преобразований $\{ze^{i\varphi}\}$ круга Q, оказывается дискретным подпространством границы $\partial_{b*}Q \equiv b_*Q \setminus Q$. Такое свойство траекторий приводит к понятию устойчивости конформно-инвариантных бикомпактных расширений, полезному при изучении равномерной сходимости последовательности конформных отображений.

1. Неметризуемое конформно-инвариантное бикомпактное расширение с первой аксиомой счетности. Бикомпактным расширением плоской односвязной области D называется всякий бикомпакт bD, содержащий область D в качестве всюду плотного подмножества.

Множество всех бикомпактных расширений bD области D обозначим через $B(D)$. Обычно в $B(D)$ рассматривают частичный порядок: $b_1D \leqslant b_2D$ тогда и только тогда, когда существует непрерывное отображение $\pi : b_2D \to b_1D$ такое, что $\pi(z) = z$ для всех $z \in D$. Если еще и $b_2D \not\leqslant b_1D$, то $b_1D < b_2D$. Заметим, что частично упорядоченное множество $B(D)$ образует полную решетку.

Напомним понятие тела граничного элемента для случая бикомпактных расширений, удовлетворяющих первой аксиоме счетности [3]. Точки бикомпактных расширений b_1D и b_2D, рассматриваемые как классы эквивалентных последовательностей Коши в равномерных пространствах $(D, U(b_1D))$ и $(D, U(b_2D))$, обозначим через t^{b_1} и t^{b_2} соответственно. Если существует последовательность $\{z_n\}$, $z_n \in D$ такая, что $\{z_n\} \in t^{b_1}$ и $\{z_n\} \in t^{b_2}$, то $t^{b_1} | t^{b_2} \neq \neq \varnothing$. Фиксируем t^{b_2} и определяем множество

$$t^{b_1} | t^{b_2} | = \bigcup_{\{t^{b_1} \in b_1D : t^{b_1} | t^{b_2} \neq \varnothing\}} t^{b_1} \tag{1}$$

— тело граничного элемента t^{b_2} в пространстве b_1D.

Если в (1) поменять местами индексы b_1 и b_2, получим тело $t^{b_2} | t^{b_1} |$ точки t^{b_1} в пространстве b_2D.

Бикомпактное расширение bD плоской области D, конформно-эквивалентной кругу, называется конформно-инвариантным, если всякое конформное отображение $T: D \to D$ продолжается до гомеоморфизма $\widetilde{T}: bD \to \to bD$ $(\widetilde{T}|_D = T)$. Такие расширения впервые были введены Г. Д. Суворовым и А. Д. Мышкисом в [1]. Известным примером конформно-инвариантного бикомпактного расширения является область, пополненная простыми концами Каратеодори (каратеодориевское расширение b_kD). Конформно-инвариантными бикомпактными расширениями будут стоун-чеховское βD и одноточечное b_0D расширения. Оказалось, что существует бесконечное множество различных конформно-инвариантных бикомпактных расширений. Более того, множество $B^k(D)$ — всех конформно-инвариантных бикомпактных расширений образует полную решетку (полную подрешетку полной решетки $B(D)$) [2].

Приведем построение указанного в заглавии конформно-инвариантного бикомпактного расширения. Пусть $\psi(z)$ — конформное отображение плоской односвязной области D на единичный круг. По теореме Константинеску — Корня [7, с. 135] семейство функций $\{f_\varphi(z)\}$, $z \in D$, $\varphi \in [0, 2\pi)$, где

$$f_\varphi(z) = \operatorname{arctg}[\operatorname{Im}(e^{i\varphi}\psi(z) + 1)/\operatorname{Re}(e^{i\varphi}\psi(z) + 1)],$$

порождает некоторое бикомпактное расширение b_*D области D.

Теорема 1. *Пусть D — плоская односвязная область, конформно-эквивалентная кругу. Тогда:*

I. *Существует неметризуемое конформно-инвариантное бикомпактное расширение b_*D, $b_kD < b_*D$ (b_kD— каратеодориевское расширение), удовлетворяющее первой аксиоме счетности.*

II. *Последовательность $\{z_n\}$, $z_n \in D$ без предельных точек в области D сходится к граничному элементу b_*D тогда и только тогда, когда выполнены следующие два условия: 1) $\{z_n\}$ сходится к некоторому граничному простому концу области D; 2) существует $\lim \arg(\psi(z_n) - \psi(t^k))$, где ψ— конформное отображение на единичный круг.*

III. *Для любого граничного простого конца t^k области D тело $t^{b_*} | t^k |$ гомеоморфно отрезку $[0,1]$.*

Доказательство. Покажем, что бикомпактное расширение b_*D неметризуемо. Предварительно заметим, что

$$b_*D = (\widehat{D, U(\{\rho + \rho_\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi}})),$$

где $(\widehat{D, U})$ — пополнение равномерного пространства (D, U) по равномерной структуре U (см. [8]); $U(\{\rho + \rho_\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi})$ — равномерная структура, порождаемая семейством метрик $\{\rho + \rho_\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi}$, ρ — относительное расстояние в области D (пополнение по которому присоединяет простые концы Каратеодори); $\rho_\varphi(z_1, z_2) = |f_\varphi(z_1) - f_\varphi(z_2)|$; $\varphi \in [0, 2\pi)$ — псевдометрика в области D.

Согласно определению равномерной структуры, порожденной семейством метрик,

$$U(\{\rho + \rho_\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi}) = \sup\{U(\rho + \rho_\varphi)\}_{\varphi=0}^{2\pi}.$$

Легко видеть, что при различных φ_1 и φ_2 равномерные структуры $U(\rho + \rho_{\varphi_1})$ и $U(\rho + \rho_{\varphi_2})$ не сравнимы. Поскольку $\{f_\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi}$ имеет континуальную мощность, то $U(\{\rho + \rho_\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi})$ не может иметь счетного базиса фильтра окружений. Значит, $U(\{\rho + \rho_\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi})$ — неметризуемая равномерная структура [9, с. 37]. Следовательно, бикомпакт b_*D не метризуем.

Оставшуюся часть доказательства достаточно провести для единичного круга $Q = \{z : |z| < 1\}$. Направленность $\{z_\omega\}$, $z_\omega \in Q$, без предельных точек в круге Q, сходится к граничному элементу бикомпактного расширения b_*Q, т. е. является направленностью Коши в равномерном пространстве $(Q, U(\{\rho + \rho_\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi}))$ тогда и только тогда, когда

$$\lim_{\omega', \omega'' \in H} (\rho(z_{\omega'}, z_{\omega''}) + \rho_\varphi(z_{\omega'}, z_{\omega''})) = 0 \tag{2}$$

для каждого $\varphi \in [0, 2\pi)$, где H — направленное множество. Пусть $\{z_\omega\}$ — направленность Коши в b_*Q и, значит, сходится к некоторому простому концу $t^k = e^{i\varphi_0}$. Тогда, в частности, существуют пределы

$$\lim_H f_{\pi-\varphi_0}(z_\omega) = \lim_H \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(z_\omega e^{i(\pi-\varphi_0)} + 1)}{\operatorname{Re}(z_\omega e^{i(\pi-\varphi_0)} + 1)}, \quad \text{если } \varphi_0 \leqslant \pi,$$

$$\lim_H f_{3\pi-\varphi}(z_\omega) = \lim_H \operatorname{arctg} \frac{\operatorname{Im}(z_\omega e^{i(3\pi-\varphi_0)} + 1)}{\operatorname{Re}(z_\omega e^{i(3\pi-\varphi_0)} + 1)}, \quad \text{если } \varphi_0 > \pi.$$

При этом существуют пределы $\lim f_\varphi(z_\omega)$ при $0 \leqslant \varphi < 2\pi$, $\varphi \neq \pi - \varphi_0$, если $\varphi_0 \leqslant \pi$, и $\varphi \neq 3\pi - \varphi_0$, если $\varphi_0 > \pi$. Следовательно, в качестве направленностей $\{z_\omega\}$ в этом случае можно выбирать последовательности, т. е. бикомпактное расширение b_*Q удовлетворяет первой аксиоме счетности.

Из простых геометрических соображений видно, что соотношения (2) выполняются тогда и только тогда, когда последовательность $\{z_n\}$, $z_n \in Q$, удовлетворяет условиям 1) и 2) теоремы 1. Эти условия, очевидно, инвариантны при конформных автоморфизмах, поэтому b_*Q — конформно-инвариантное бикомпактное расширение.

Докажем теперь утверждение III. Произвольно фиксируем простой конец $t_0^k = e^{i\varphi_0}$ и рассмотрим множество S граничных элементов $\{t^{b_*}\}$ (т. е. классов эквивалентности последовательностей Коши), удовлетворяющих условию $t^{b_*} \mid t_0^k \neq \varnothing$. Установим взаимно-однозначное соответствие между множеством S и отрезком числовой прямой длины π по формуле

$$F : t^{b_*} = \{z_n\} \to \lim_{h \to \infty} \arg(z_n - e^{i\varphi_0}).$$

Отображение $F : t^{b_*} | t_0^k | \to R_1$ осуществляет гомеоморфизм между множеством S и отрезком $[\varphi_0 - \pi/2, \varphi_0 + \pi/2]$. Следовательно, $S \equiv t^{b_*} | t_0^k |$ гомеоморфно отрезку $[0, 1]$.

З а м е ч а н и е 1. В [1] был поставлен вопрос: существует ли конформно-инвариантное расширение, отличное от одноточечного и каратеодориевского расширений, каждая точка которого обладает базисом из связных множеств? Построение конформно-инвариантного расширения b_*D положительно решает этот вопрос.

З а м е ч а н и е 2. Семейство всех гармонических функций, непрерывных на бикомпактном расширении b_*D, разделяет точки бикомпакта b_*D.

Для доказательства достаточно заметить, что функции $f_\varphi(z)$, с помощью которых строится бикомпактное расширение b_*D, являются гармоническими. Это замечание находит приложение в теории потенциала.

В дальнейшем в качестве области D будем рассматривать единичный круг Q, поскольку бикомпактное расширение b_*D получается переносом равномерной структуры бикомпакта b_*Q на область D посредством конформного отображения $\psi^{-1}: Q \to D$ (см. теорему 1).

Для удобства каждому граничному элементу $t^{b_*} \in b_* Q$ поставим в соответствие пару чисел (α, φ), $0 \leqslant \alpha < 2\pi$, $0 \leqslant \varphi \leqslant \pi$, определяемую следующим образом. Число α находим из соотношения $t^k | t^{b_*} | = e^{i\alpha}$. Далее, так как $t^{b_*} = \{z_n\}$, то по теореме 1 существует $\lim\limits_{n\to\infty} \arg (z_n - e^{i\alpha})$. Следовательно, можно определить угол между $\{z_n\}$ и касательным вектором к окружности в точке $e^{i\alpha}$, направленным против часовой стрелки. Этот угол и обозначим через φ.

Обозначим $t^{b_*} = t(\alpha, \varphi)$ и определим три класса граничных элементов

$$A = \bigcup_{\substack{0 \leqslant \alpha < 2\pi \\ 0 < \varphi < \pi}} t(\alpha, \varphi), \quad B_0 = \bigcup_{\substack{0 \leqslant \alpha < 2\pi \\ \varphi = 0}} t(\alpha, \varphi), \quad B_\pi = \bigcup_{\substack{0 \leqslant \alpha < 2\pi \\ \varphi = \pi}} t(\alpha, \varphi).$$

Очевидно, $\partial_{b_*} Q = A \cup B_0 \cup B_\pi$.

Теорема 2. *Если $t^{b_*} = t(\alpha, \varphi) \in A$, то счетное множество вложенных равнобедренных треугольников $\{V_n(t^{b_*})\}$ с вершиной в точке $e^{i\alpha}$ и общей высотой — хордой, выходящей из точки $e^{i\alpha}$ под углом φ к касательному вектору окружности, направленному против часовой стрелки, является сужением на Q фундаментальной системы окрестностей точки $t(\alpha, \varphi) \in \partial_{b_*} Q$ в пространстве $b_* Q$.*

Если $t^{b^*} = t(\alpha, \varphi) \in B_0$, то счетное множество областей $\{V_n^0(t^{b_*})\}$ заключенных между хордой, выходящей из точки $\vec{e^{i\alpha}}$ и единичной окружностью, когда угол φ_n между хордой и касательным вектором, направленным против часовой стрелки, стремится к нулю, является сужением на Q фундаментальной системы окрестностей точки $t(\alpha, \varphi) \in \partial_{b_*} Q$ в пространстве $b_* Q$.

Аналогично (случаю B_0) определяется сужение $\{V_n^\pi(t^{b_*})\}$ на Q фундаментальной системы окрестностей точки $t^{b_*} = t(\alpha, \varphi) \in B_\pi$.

Доказательство. Согласно определению топологии, порождаемой равномерной структурой [8, 9], множества вида $O_{\varepsilon, R}(t_0^{b_*}) = \{t^{b_*} : \rho(t_0^{b_*}, t^{b_*}) + \rho_\varphi(t_0^{b_*}, t^{b_*}) < \varepsilon$ при всех $\varphi \in R\}$, где R — произвольное конечное подмножество $[0, 2\pi]$, образуют фундаментальную систему окрестностей точки t^{b_*}. Тогда их сужения на Q имеют вид $O_{\varepsilon, R}^Q(t_0^{b_*}) = \{z : \rho(t_0^{b_*}, z) + \rho_\varphi(t_0^{b_*}, z) < \varepsilon$ при всех $\varphi \in R\}$. Ясно, что любое множество $O_{\varepsilon, R}^Q(t_0^{b_*})$ содержит некоторый элемент из $\{V_n(t^{b_*})\}$, $\{V_n^0(t^{b_*})\}$ или $\{V_n^\pi(t^{b_*})\}$ в зависимости от того $t^{b_*} \in A$, B_0 или B_π. Кроме того, очевидно, что множества вида $V_n(t^{b_*})$, $V_n^0(t^{b_*})$ или $V_n^\pi(t^{b_*})$ сами являются сужениями на Q окрестностей точки t^{b_*}. Следовательно, по определению фундаментальной системы окрестностей [8] множества $\{V_n(t^{b_*})\}$, $\{V_n^0(t^{b_*})$ или $\{V_n^\pi(t^{b_*})\}$ являются искомыми сужениями на Q фундаментальной системы окрестностей точки t^{b_*}.

Замечание 3. Теоремы 1 и 2 показывают, как сложно глобальное строение бикомпакта $b_* Q$ (неметризуемость) и вместе с тем, как сравнительно просто его локальное строение (наличие первой аксиомы счетности и простое описание фундаментальных систем окрестностей граничных точек). Эти два обстоятельства приводят к довольно необычному строению граничных траекторий на $b_* Q$, порождаемых конформными автоморфизмами Q.

2. Свойства граничных траекторий. Поскольку дробно-линейные преобразования круга сохраняют углы в любой точке замкнутого круга $\overline{Q} = \{z . | z | \leqslant 1\}$, то нам достаточно изучить траектории, порождаемые эллиптическими преобразованиями. Остальные случаи рассматриваются аналогично.

Обозначим через $\{T_{z_0}^\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi}$ множество эллиптических дробно-линейных отображений единичного круга на себя с фиксированной неподвижной точкой $z_0 \in Q$. В качестве параметра φ возьмем угол поворота фиксированной гиперболической прямой, проходящей через неподвижную точку z_0, при отображении $T_{z_0}^\varphi$. Множество $\{T_{z_0}^\varphi\}_{\varphi=0}^{2\pi}$ представляет собой однопараметрическую группу гиперболических поворотов вокруг точки z_0.

Граничной траекторией назовем множество $\tau_{z_0}(t^{b_*}) = \{T_{z_0}^{\varphi}(t^{b_*}) : \varphi \in [0, 2\pi)\}$, где t^{b_*} — фиксированная граничная точка бикомпактного расширения b_*Q. Очевидно, $\tau_{z_1}(t^{b_*}) = \tau_{z_2}(t^{b_*})$ при любых $z_1, z_2 \in Q$.

Теорема 3. I. *Если* $t^{b_*} \in A$, *то* $\tau_{z_0}(t^{b_*})$ — *дискретное подпространство границы* $\partial_{b_*}Q$.

II. *Если* $t^{b_*} \in B_0 \cup B_\pi$, *то* $[\tau_{z_0}(t^{b_*})]_{b_*Q} = B_0 \cup B_\pi$.

III. *Если* $t^{b_*} \in A$, *то* $[\tau_{z_0}(t^{b_*})]_{b_*Q} = \tau_{z_0}(t^{b_*}) \cup B_0 \cup B_\pi$.

Доказательство. I. Очевидно, $\tau_{z_0}(t^{b_*}) \in A$. Согласно определению индуцированной топологии в подпространстве окрестности O_n произвольной точки $t_1^{b_*} \in \tau_{z_0}(t^{b_*})$ в подпространстве $\tau_{z_0}(t^{b_*})$ по теореме 2 имеют вид $O_n = V_n(t_1^{b_*}) \cap \tau_{z_0}(t^{b_*}) = t_1^{b_*}$, т. е. сама точка $t_1^{b_*}$ является открытым множеством в $\tau_{z_0}(t^{b_*})$ в индуцированной топологии. Следовательно, $\tau_{z_0}(t^{b_*})$—дискретное подпространство $\partial_{b_*}Q$.

II. Пусть для определенности $t^{b_*} \in B_0$. Тогда, очевидно, $B_0 = \tau_{z_0}(t^{b_*})$. Заметим, что по теореме 2 никакая точка из A не может быть предельной для множества B_0. Поэтому остается показать, что любая точка $t_1^{b_*} = t(\alpha_1, \pi) \in B_\pi$ является предельной для множества B_0. По теореме 2 сужения фундаментальной системы окрестностей точки $t_1^{b_*}$ на Q имеют вид $\{V_n^\pi(t_1^{b_*})\}$. Отсюда легко видеть, что любая окрестность точки $t_1^{b_*}$ пересекается с B_0, т. е. $t_1^{b_*}$— предельная точка для B_0. Следовательно, $[\tau_{z_0}(t^{b_*})]_{b_*Q} = B_0 \cup B_\pi$.

III. Для определенности положим $t_1^{b_*} = t(\alpha_1, 0) \in B_0$ и покажем, что $t_1^{b_*}$— предельная точка для $\tau_{z_0}(t^{b_*})$. По теореме 2 сужение фундаментальной системы окрестностей точки $t_1^{b_*}$ на Q имеет вид $\{V_n^0(t_1^{b_*})\}$. Так как $t^{b_*} \in A$, то любая окрестность точки $t_1^{b_*}$ пересекается с $\tau_{z_0}(t^{b_*})$. Следовательно, $[\tau_{z_0}(t^{b_*})]_{b_*Q} \supseteq B_0$. Аналогично $[\tau_{z_0}(t^{b_*})]_{b_*Q} \supseteq B_\pi$.

Возьмем теперь любую точку $t_2^{b_*} \in A \setminus \tau_{z_0}(t^{b_*})$. Поскольку сужение фундаментальной системы окрестностей точки $t_2^{b_*}$ на Q имеет вид $\{V_n(t_2^{b_*})\}$, то легко найти окрестность точки $t_2^{b_*}$, не пересекающуюся с $\tau_{z_0}(t^{b_*})$. Значит, точка $t_2^{b_*}$ не является предельной для $\tau_{z_0}(t^{b_*})$. Следовательно, $[\tau_{z_0}(t^{b_*})]_{b_*Q} = \tau_{z_0}(t^{b_*}) \cup B_0 \cup B_\pi$.

Следствие. Справедливы следующие соотношения: $[A]_{b_*Q} = \partial_{b_*}Q$; $[B_0]_{b_*Q} = [B_\pi]_{b_*Q} = B_0 \cup B_\pi$.

Теорема 3 показывает, что слабые «возмущения» параметра φ отображения $T_{z_0}^{\varphi}$ могут сильно «возмущать» граничный элемент $t^{b_*} \in A$: близость φ_1 и φ_2 еще не означает, что близкими будут граничные элементы $T_{z_0}^{\varphi_1}(t^{b_*})$ и $T_{z_0}^{\varphi_2}(t^{b_*})$ для $t^{b_*} \in A$. Эти соображения приводят к понятию устойчивости конформно-инвариантного бикомпактного расширения.

Обозначим через $K = K(D)$ множество конформных автоморфизмов области D с метрикой

$$H(T_1, T_2) \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{z \in D} \rho(T_1(z), T_2(z)),$$

где ρ — относительное расстояние в области D, пополнение по которому присоединяет простые концы Каратеодори.

Очевидно, что отображение $\Phi_k : K \times b_k D \to b_k D$, где $\Phi_k(T, t) \stackrel{\text{def}}{=} \tilde{T}(t)$, $T \in K$, $t \in b_k D$, непрерывно ($b_k D$ — каратеодориевское расширение). Назовем устойчивыми те конформно-инвариантные бикомпактные расширения, для которых свойство непрерывности отображения Φ_k сохраняется. Точнее, конформно-инвариантное расширение bD называется устойчивым, если отображение $\Phi_b : K \times bD \to bD$, где $\Phi_b(T, t) \stackrel{\text{def}}{=} \tilde{T}(t)$, $T \in K$, $t \in bD$, непрерывно.

Замечание 4. Рассмотрим множество $\{\Phi_b(T, t_0) : T \in A \subseteq K\}$, $t_0 \in \partial_b D$, которое будем называть граничной траекторией множества A. По определению устойчивости граничная траектория связного (в топологии K) множества A на устойчивом расширении будет связной.

Замечание 4 показывает, что конформно-инвариантное бикомпактное расширение b_*D не является устойчивым. Другими примерами неустойчивых конформно-инвариантных бикомпактных расширений является винеровская бикомпактификация $b_W D$ и стоун-чеховское бикомпактное расширение βD. С другой стороны, конформно-инвариантные бикомпактные расширения рассматривавшиеся в [1—3], будут устойчивыми. Вообще говоря, все конформно-инвариантные бикомпактные расширения плоской области распадаются на два класса: устойчивые и неустойчивые конформно-инвариантные бикомпактные расширения.

1. *Мышкис А. Д., Суворов Г. Д.* О конформно-инвариантных расширениях плоской односвязной области.— Докл. АН СССР, 1973, **212**, № 4, с. 822—824.
2. *Иванов О. В., Помельников Ю. В., Суворов Г. Д.* Конформно-инвариантные бикомпактные расширения односвязной области.— Там же, 1978, **240**, № 6, с. 1281—1284.
3. *Иванов О. В.* Полные решетки, равномерные пространства и конформно-инвариантные бикомпактные расширения.— Докл. АН УССР, Сер. А, 1979, № 10, с. 789—792.
4. *Иванов О. В.* Об одном способе построения конформно-инвариантных бикомпактных расширений.— В кн.: IV Тирасп. симпоз. по общ. топологии и ее прил. Кишинев: 1979, с. 51—53.
5. *Гольдшмидт А. И., Суворов Г. Д.* Предельные множества и неметризуемая бикомпактификация метрических пространств.— Сиб. мат. журн., 1976, **17**, № 1, с. 58—74.
6. *Помельников Ю. В., Суворов Г. Д.* Новое семейство конформно-инвариантных метризуемых расширений плоской области.— Там же, 1980, **21**, № 3, с. 144—161.
7. *Брело М.* О топологиях и границах в теории потенциала.— М.: Мир, 1974.—224 с.
8. *Бурбаки Н.* Общая топология. Основные структуры.— М.: Наука, 1968.—272 с.
9. *Бурбаки Н.* Общая топология. Использование вещественных чисел в общей топологии.— М.: Наука, 1975.—408 с.

Институт прикладной математики и механики
АН УССР

Поступила в редакцию
24.04. 1981 г.