

Среднеквадратическая скорость сходимости ортогональных рядов

Пусть $f(x)$ — 2π -периодическая суммируемая функция ($f \in L(0, 2\pi)$), $a_k = a_k(f)$ и $b_k = b_k(f)$, $k = 0, 1, \dots$, — ее коэффициенты Фурье. Пусть, далее, $\psi(k)$ и $\beta(k)$, $k \in \mathbb{N}$, — произвольные числовые последовательности. Предположим, что ряд $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\psi(k)} (a_k \cos(kx + \beta_k) + b_k \sin(kx + \beta_k))$ является рядом Фурье некоторой функции из $L(0, 2\pi)$. Эту функцию обозначим $f_{\beta}^{\psi}(\cdot)$ и назовем (ψ, β) -производной функции $f(\cdot)$. Множество функций $f(\cdot)$, обладающих (ψ, β) -производными, обозначим через L_{β}^{ψ} . Если $f \in L_{\beta}^{\psi}$ и при этом $f_{\beta}^{\psi} \in \mathfrak{N}$, где \mathfrak{N} — некоторое множество из $L(0, 2\pi)$, то говорим, что $f(\cdot)$ принадлежит классу $L_{\beta}^{\psi} \mathfrak{N}$. Подмножество непрерывных функций из L_{β}^{ψ} и $L_{\beta}^{\psi} \mathfrak{N}$ обозначим соответственно через C_{β}^{ψ} и $C_{\beta}^{\psi} \mathfrak{N}$. Более подробно такие классы функций рассматриваются, например, в работах [1 — 3].

В настоящей работе в качестве \mathfrak{N} используются пространство L_2 функций $\varphi(\cdot)$ с конечной нормой $\|\varphi\|_2 = \left(\int_{-\pi}^{\pi} |\varphi(t)|^2 dt \right)^{1/2}$ или же единичные шары S_2 в этом пространстве: $S_2 = \{\varphi: \|\varphi\|_2 \leq 1\}$ и тогда полагаем $L_{\beta}^{\psi} S_2 = L_{\beta, 2}^{\psi}$.

Обозначим через $\rho_n(f; x)$ уклонения частных сумм Фурье $S_{n-1}(f; x)$ порядка $n - 1$ от функции $f(\cdot)$: $\rho_n(f; x) = f(x) - S_{n-1}(f; x)$, через $E_n(f)_2$ — наилучшее приближение функции $f(\cdot)$ в пространстве L_2 посредством тригонометрических полиномов порядка $n - 1$: $E_n(f)_2 = \inf_{T_{n-1}} \|f(x) - T_{n-1}(x)\|_2$.

Кроме того, если B — некоторый класс из $L(0, 2\pi)$, то полагаем

$$\mathfrak{E}_n(B)_2 = \sup \{ \|\rho_n(f; x)\|_2 : \varphi \in B \}, \quad E_n(B)_2 = \sup \{ E_n(f)_2 : \varphi \in B \}.$$

Хорошо известно, что для любой функции $f \in L_2$ $E_n(f)_2 = \|\rho_n(f; x)\|_2$, причем

$$E_n^2(f)_2 = \|f(\cdot) - S_{n-1}\|_2^2 = \pi^2 \sum_{k=n}^{\infty} (a_k^2(f) + b_k^2(f)). \quad (1)$$

Отправляясь от этого равенства в [3] (см. также [4, 5]) показано, что если $\beta(k) \equiv \beta$, то

$$\mathfrak{E}_n(L_{\beta, 2}^{\psi}) = E_n(L_{\beta, 2}^{\psi}) \leq v_n, \quad v(n) = \sup_{k \geq n} |\varphi(k)|,$$

причем это соотношение является неулучшаемым по крайней мере для неубывающих последовательностей $\psi(k)$ при произвольном значении β . Позже авторами работы [3] было замечено, что для произвольной ограниченной последовательности $\psi(k)$ и для любой последовательности $\beta(k)$

$$\mathfrak{E}_n(L_{\beta, 2}^{\psi}) = E_n(L_{\beta, 2}^{\psi}) = v(n). \quad (2)$$

Это равенство полностью характеризует верхние грани наилучших приближений в пространствах L_2 на классах $L_{\beta, 2}^{\psi}$. В настоящей работе рассматриваются приближения индивидуальных функций из множеств $L_{\beta}^{\psi} L_2$, и основной ее результат содержится в следующем утверждении.

Теорема 1. Пусть $f \in L_{\beta}^{\psi} L_2$. Тогда для того чтобы выполнялось включение $f \in L_2$, необходимо и достаточно сходимости ряда

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) E_k^2(f_{\beta}^{\psi})_2. \quad (3)$$

Если этот ряд сходится, то $f \in L_2$ и $\forall n \in N$

$$E_n^2(f)_2 = \psi^2(n) E_n^2(f_{\beta}^{\psi})_2 + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) E_k^2(f_{\beta}^{\psi})_2. \quad (4)$$

С другой стороны, если $f \in L_2$, то для того чтобы $f \in L_{\beta}^{\psi} L_2$, необходимо и достаточно, чтобы сходился ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} (\psi^{-2}(k) - \psi^{-2}(k-1)) E_k^2(f)_2. \quad (3')$$

Если этот ряд сходится, то $f \in L_{\beta}^{\psi} L_2$ и $\forall n \in N$

$$E_n^2(f_{\beta}^{\psi})_2 = \psi^{-2}(n) E_n^2(f)_2 + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^{-2}(k) - \psi^{-2}(k-1)) E_k^2(f)_2. \quad (4')$$

Для доказательства этой теоремы нам понадобится следующее утверждение.

Лемма 1. Пусть сходится ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k. \quad (5)$$

Тогда для любой последовательности α_k , $k \in N$, и для любого $n \in N$ ряды

$$\sum_{k=n}^{\infty} \alpha_k c_k, \quad \sum_{k=n+1}^{\infty} (\lambda_k - \lambda_{k-1}) \sum_{i=k}^{\infty} c_i \quad (6)$$

сходятся одновременно, причем в случае их сходимости

$$\sum_{k=n}^{\infty} \alpha_k c_k = \alpha_n \sum_{k=n}^{\infty} c_k + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\alpha_k - \alpha_{k-1}) \sum_{i=k}^{\infty} c_i. \quad (7)$$

Доказательство. Пусть сходится ряд (5). Тогда, полагая $A_k = \sum_{i=k}^{\infty} c_i$, при всяком достаточно большом натуральном N будем иметь

$$\begin{aligned} \sum_{k=n+1}^N (\alpha_k - \alpha_{k-1}) A_k &= \sum_{k=n+1}^N \alpha_k A_k - \sum_{k=n+1}^N \alpha_{k-1} A_k = \sum_{k=n+1}^N \alpha_k A_k - \\ &- \sum_{k=n}^N \alpha_k A_{k+1} = \sum_{k=n+1}^N \alpha_k (c_k + A_{k+1}) - \alpha_n A_{n+1} - \\ &- \sum_{k=n+1}^N \alpha_k A_{k+1} = \sum_{k=n+1}^N \alpha_k c_k - \alpha_n A_{n+1}, \end{aligned}$$

т. е.

$$\sum_{k=n+1}^N (\alpha_k - \alpha_{k-1}) \sum_{i=k}^{\infty} c_i = \sum_{k=n+1}^N \alpha_k c_k - \alpha_n \sum_{k=n+1}^{\infty} c_k.$$

Отсюда, устремляя N к бесконечности, получаем утверждение леммы.

Доказательство теоремы. Пусть $f \in L_{\beta}^{\psi} L_2$. Положим $\alpha_k = \psi^2(k)$, $c_k = \pi^2 (a_k^2(f_{\beta}^{\psi}) + b_k^2(f_{\beta}^{\psi}))$. Тогда в силу равенства Парсеваля

$$\sum_{k=1}^{\infty} c_k = \pi^2 \sum_{k=1}^{\infty} (a_k^2(f_{\beta}^{\psi}) + b_k^2(f_{\beta}^{\psi})) = \|f_{\beta}^{\psi}\|_2 < \infty.$$

Рассмотрим ряды

$$\Sigma_1 = \pi^2 \sum_{k=n}^{\infty} \psi^2(k) (a_k^2(f_{\beta}^{\psi}) + b_k^2(f_{\beta}^{\psi}))$$

и

$$\Sigma_2 = \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) \pi^2 \sum_{i=k}^{\infty} (a_i^2(f_{\beta}^{\psi}) + b_i^2(f_{\beta}^{\psi}))$$

Коэффициенты Фурье функций $f(\cdot)$ и $f_{\beta}^{\psi}(\cdot)$ связаны соотношениями

$$a_k(f) = \psi(k) (a_k(f_{\beta}^{\psi}) \cos \beta_k \pi / 2 - b_k(f_{\beta}^{\psi}) \sin \beta_k \pi / 2),$$

$$b_k(f) = \psi(k) (a_k(f_{\beta}^{\psi}) \sin \beta_k \pi / 2 + b_k(f_{\beta}^{\psi}) \cos \beta_k \pi / 2).$$

Так что $a_k^2(f) + b_k^2(f) = \psi^2(k) (a_k^2(f_{\beta}^{\psi}) + b_k^2(f_{\beta}^{\psi}))$ и, значит, в силу (1)

$$\Sigma_1 = \pi^2 \sum_{k=n}^{\infty} (a_k^2(f) + b_k^2(f)) = E_n^2(f)_2,$$

и

$$\Sigma_2 = \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) E_k^2(f_{\beta}^{\psi})_2.$$

В силу леммы величины Σ_1 и Σ_2 , а следовательно, и величины $E_n^2(f)_2$ и $\sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) E_k^2(f_{\beta}^{\psi})_2$, являются конечными одновременно, и в таком случае справедливо равенство (7), которое в рассматриваемой ситуации переходит в равенство (4). Для доказательства первой части теоремы остается заметить, что величины $E_n(f)_2$ и $\|f\|_2$ могут быть конечными только одновременно.

Вторая часть теоремы устанавливается аналогичным образом, только на этот раз следует положить $\alpha_k = \psi^{-2}(k)$ и $c_k = \pi^2 (a_k^2(f) + b_k^2(f))$.

Первая часть доказанной теоремы, а точнее, равенство (4), позволяет заключить о скорости стремления к нулю величин $E_n(f)_2$, или, что то же самое, величин $\|\rho_n(f; x)\|_2$ по информации о (ψ, β) -производной функции $f(\cdot)$. Утверждения подобного типа в теории приближений принято называть прямыми теоремами. Вторая же часть в таком плане представляет обратную задачу — по свойствам последовательности $E_n(f)$ делаем заключение о свойствах самой функции и ее производных.

Отметим еще, что, как следует из равенства (4), $\forall f \in L_2$ и $\forall n \in N$ величина $\psi^2(k) E_n^2(f_{\beta}^{\psi})_2 + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) E_k^2(f_{\beta}^{\psi})_2$ при условии ее конечности является инвариантом и не зависит от последовательностей $\psi(k)$ и $\beta(k)$.

Вторая часть теоремы показывает, что функция $f \in L_2$ будет иметь (ψ, β) -производную с конечной L_2 -нормой тогда и только тогда, когда сходится ряд (3'). Отсюда, в частности, следует, что $\forall f \in L_2$ $(\psi_1, \bar{\beta})$ -производная при $\psi_1(k) \equiv E_k(f)_2$ не может принадлежать L_2 ни для какой последовательности $\beta(k)$.

Равенство (2) и теорема 1 легко переносятся на случай рядов Фурье и полиномов по произвольным полным ортонормированным системам (о. н. с.) функций. Приведем вначале необходимые определения.

Пусть $\{\varphi_n\}$, $n \in N$, — о. н. с., вообще говоря, комплекснозначных функций, заданных на отрезке $[a, b]$. Обозначим через L множество всех суммируемых на $[a, b]$ функций $f(\cdot)$, для которых существуют интегралы

$$c_k = c_k(f) = \int_a^b f(x) \bar{\varphi}(x) dx, \quad k \in N,$$

и через $\Phi [f]$ — ряды Фурье функций $f \in L^\Psi$ по системе $\{\varphi_n\}$:

$$\Phi [f] = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \varphi_k(x). \quad (8)$$

Пусть, далее, $\psi(k)$, $k \in N$, — произвольная функция натурального аргумента. Предположим, что для функции $f \in L^\Psi$ ряд

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{c_k}{\psi(k)} \varphi_k(x) \quad (8')$$

опять является рядом Фурье некоторой функции из L^Ψ . Эту функцию обозначим $f^\Psi(\cdot)$ и назовем ψ -производной функции $f(\cdot)$. Подмножество всех функций из L^Ψ , у которых существуют ψ -производные, обозначим $L^{\Psi, \psi}$. Если $f \in L^{\Psi, \psi}$ и при этом $f^\Psi \in \mathfrak{R}$, где \mathfrak{R} — некоторое подмножество из $L(\alpha, \beta)$, то будем говорить, что $f(\cdot)$ принадлежит классу $L^{\Psi, \psi} \mathfrak{R}$. Здесь в качестве \mathfrak{R} будем брать пространство $L_2(a, b)$ функций с конечной нормой

$$\| \varphi \|_2 = \left(\int_a^b | \varphi(t) |^2 dt \right)^{1/2},$$

а также единичные шары $S_2(a, b)$ в этом пространстве: $S_2(a, b) = \{ \varphi : \| \varphi \|_2 \leq 1 \}$. Условимся опять полагать $L_2(a, b) = L_2$, $S_2(a, b) = S_2$ и $L^{\Psi, \psi} S_2 = L_2^{\Psi, \psi}$. Будем, как и в случае тригонометрической системы, полагать

$S_n(f) = \sum_{k=1}^n c_k \varphi_k(x)$, $c_k = c_k(f)$, $n \in N$, $\rho_n(f; x) = f(x) - S_{n-1}(f; x)$, и через $P_n(x)$ обозначать полином порядка n по системе $\{\varphi_k\}$:

$$P_n(x) = \sum_{k=1}^n \alpha_k \varphi_k(x). \quad (9)$$

Системы $\{\varphi_k\}$ всегда считаем полными в L_2 . Хорошо известно, что среди всех полиномов порядка n по полному о. н. с. $\{\varphi_k\}$ наилучшее приближение в метрике L_2 для $f \in L_2$ дается частной суммой $S_n(f; x)$ ее ряда Фурье:

$E_{n+1}(f)_2 = E_{n+1}(\varphi; f)_2 = \inf \| f - P_n \|_2 = \| f - S_n \|_2$, и так как всякая полная о. н. с. $\{\varphi_n\}$ в пространстве L_2 является также и замкнутой, то $\forall f \in$

$\in L_2$ справедливо равенство Парсеваля $\sum_{k=1}^{\infty} |c_k|^2 = \| f \|_2^2$, в силу которого

$\forall f \in L_2$

$$E_n^2(f)_2 = \| f - S_{n-1} \|_2^2 = \| f \|_2^2 - \sum_{k=1}^{n-1} |c_k|^2 = \sum_{k=n}^{\infty} |c_k|^2. \quad (10)$$

Пусть $\{\varphi_k\}$ — произвольная о. н. с., полная в L_2 , и при заданной $\psi(\cdot)$ $f \in L^{\Psi, \psi} L_2$. Если $c_k(f)$ и $c_k(f^\Psi)$, $k \in N$, — коэффициенты Фурье соответственно функций $f(\cdot)$ и $f^\Psi(\cdot)$, то согласно (8) и (8')

$$|c_k(f)| = | \psi(k) | c_k(f^\Psi). \quad (11)$$

Стало быть, если $\psi(k)$ ограничена: $| \psi(k) | \leq M$, то

$$\sum_{k=1}^{\infty} |c_k(f)|^2 \leq M^2 \sum_{k=1}^{\infty} |c_k(f^\Psi)|^2 = M^2 \| f^\Psi \|_2^2,$$

и так как $f^\Psi \in L_2$, то ряд $\sum |c_k(f)|^2$ сходится. В силу теоремы Фишера—Рисса заключаем, что $f \in L_2$, и приходим к такому утверждению.

Предложение 1. Если $| \psi(k) | \leq M$, то $L^{\Psi, \psi} L_2 \subset L_2$.

Докажем еще следующую лемму.

Лемма 2. Пусть $f \in L^{\Phi, \Psi} L_2 \cap L_2$. Тогда $\forall n \in N$

$$\|\rho_n(f; x)\|_2 = E_n(f)_2 \leq v(n) \|\rho_n(f^\Psi; x)\|_2 = v(n) E_n(f^\Psi)_2. \quad (12)$$

Действительно, с учетом формул (10) и (11) имеем

$$\begin{aligned} \|\rho_n(f; x)\|_2 &= E_n(f)_2 = \left(\sum_{k=n}^{\infty} |c_k(f)|^2 \right)^{1/2} = \left(\sum_{k=n}^{\infty} |\psi(k)|^2 |c_k(f^\Psi)|^2 \right)^{1/2} \leq \\ &\leq v(n) \left(\sum_{k=n}^{\infty} |c_k(f^\Psi)|^2 \right)^{1/2} = v(n) E_n(f^\Psi)_2. \end{aligned}$$

Теперь докажем утверждение, характеризующее наилучшие приближения $E_n(L_2^{\Phi, \Psi})_2$ на классах $L_2^{\Phi, \Psi}$ посредством полиномов вида (9): $E_n(L_2^{\Phi, \Psi})_2 = \sup_{f \in L_2^{\Phi, \Psi}} E_n(f)_2$.

$f \in L_2^{\Phi, \Psi}$

Теорема 2. Пусть $\psi(k)$ — произвольная функция, для которой

$$|\psi(k)| \leq M \quad \forall k \in N. \quad (13)$$

Тогда для всякой полной в L_2 о. н. с. $\{\varphi_n\}$ и $\forall n \in N$

$$E_n(L_2^{\Phi, \Psi})_2 = \sup_{f \in L_2^{\Phi, \Psi}} \|\rho_n(f; x)\|_2 = v(n). \quad (14)$$

Доказательство. В силу условия (13) и предложения 1 $L_2^{\Phi, \Psi} \subset L_2$, поэтому $\forall f \in L_2^{\Phi, \Psi}$ выполняется соотношение (12). В рассматриваемом случае $f^\Psi \in S_2$, следовательно, согласно (10)

$$E_n^2(f^\Psi)_2 = \sum_{k=n}^{\infty} |c_k(f^\Psi)|_2^2 \leq \sum_{k=1}^{\infty} |c_k(f^\Psi)|^2 = \|f^\Psi\|_2^2 \leq 1.$$

Таким образом, $\forall f \in L_2^{\Phi, \Psi} \|\rho_n(f; x)\|_2 = E_n(f)_2 \leq v(n)$ и остается показать, что на всем классе $L_2^{\Phi, \Psi}$ эту оценку нельзя улучшить. Рассмотрим два случая. Пусть сначала для данной функции $\psi(\cdot)$ и числа $n \in N$ найдется число k_n такое, что

$$v(n) = \sup_{k \geq n} |\psi(k)| = |\psi(k_n)|. \quad (15)$$

В таком случае положим $f_n(x) = \gamma_n |\psi(k_n)| \varphi_{k_n}(x)$, $\gamma_n = \|\varphi_{k_n}\|_2^{-1}$. Ясно, что $f_n \in L_2^{\Phi, \Psi}$ и $\|\rho_n(f_n; x)\|_2 = \|\varphi_{k_n}\|_2 = |\psi(k_n)| = v(n)$.

Если же для функции $\psi(\cdot)$ и некоторого $n \in N$ не найдется такое k_n , чтобы выполнялось (15), то вследствие ограниченности множества $v(n) = \sup_{k \geq n} \{|\psi(k)|\} = q$ найдется последовательность n_i , $n_i \geq n$, $i \in N$, такая, что при $i \rightarrow \infty$ числа $|\psi(n_i)|$ не убывая стремятся к $v(n)$. Положим $f_{n_i}(x) = \gamma_{n_i} |\psi(n_i)| \varphi_{n_i}(x)$, $\gamma_{n_i} = \|\varphi_{n_i}\|_2^{-1}$, и рассмотрим множество F_n , состоящее из всех функций $f_{n_i}(x)$, $i \in N$. Понятно, что при каждом фиксированном i $f_{n_i} \in L_2^{\Phi, \Psi}$ и $\|\rho_n(f_{n_i}; x)\|_2 = \psi(n_i)$. Значит, и в этом случае

$$E_n(L_2^{\Phi, \Psi})_2 \geq \sup_{f \in F_n} \|\rho_n(f; x)\|_2 = \sup_{i \in N} |\psi(n_i)| = \lim_{i \rightarrow \infty} |\psi(n_i)| = v(n).$$

Следствие 1. Если в условиях теоремы 2 последовательность не возрастает, то $E_n(L_2^{\Phi, \Psi})_2 = |\varphi(n)|$.

Приведем теперь утверждение, являющееся аналогом теоремы 1.

Теорема 3. Пусть $\{\varphi_k\}$ — полная в L_2 о. н. с. и $f \in L^{\Phi, \Psi} L_2$. Тогда для того чтобы выполнялось включение $f \in L_2$, необходимо и достаточно сходимости ряда $\sum_{k=1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) E_k^2(f^\Psi)$. Если этот ряд сходится,

то $f \in L_2$ и $\forall n \in N$

$$E_n^2(f)_2 = \psi^2(n) E_n^2(f^\psi) + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^2(k) - \psi^2(k-1)) E_k^2(f^\psi)_2.$$

С другой стороны, если $f \in L_2$, то для того чтобы $f \in L^{\psi, \psi} L_2$, необходимо и достаточно, чтобы сходился ряд $\sum_{k=1}^{\infty} (\psi^{-2}(k) - \psi^{-2}(k-1)) E_k^2(f)_2$.

Если этот ряд сходится, то $f \in L^{\psi, \psi} L_2$ и $\forall n \in N$

$$E_n^2(f^\psi)_2 = \psi^{-2}(n) E_n^2(f) + \sum_{k=n+1}^{\infty} (\psi^{-2}(k) - \psi^{-2}(k-1)) E_k^2(f)_2.$$

Доказательство этой теоремы, как и теоремы 1, вытекает из леммы 1. Чтобы вывести из этой леммы первую часть утверждения теоремы, следует положить $\alpha_k = \psi^2(k)$ и $c_k = |c_k(f^\psi)|^2$; чтобы получить вторую часть теоремы, нужно положить $\alpha_k = \psi^{-2}(k)$ и $c_k = |c_k(f)|^2$.

Понятно, что все выводы, которые были изложены после доказательства теоремы 1, относятся также и к теореме 3. В частности, из утверждения второй части теоремы 3 вытекает, что $Af \in L_2$ ψ -производная при $\psi(k) \equiv \equiv E_k(f_2)$ не может принадлежать L_2 .

1. Степанец А. И. Классификация периодических функций и приближение их суммами Фурье.— Киев, 1983.— 57 с.— (Препринт / АН УССР. Ин-т математики; 83.69).
2. Степанец А. И. Классы периодических функций и приближение их элементов суммами Фурье // Докл. АН СССР.— 1984.— 277, № 5.— С. 1074—1077.
3. Степанец А. И. Классификация и приближение периодических функций.— Киев : Наук. думка, 1987.— 268 с.
4. Корнейчук Н. П. Экстремальные задачи теории приближения.— М. : Наука, 1976.— 320 с.
5. Тихомиров В. М. Некоторые вопросы теории приближений.— М. : Изд-во Моск. ун-та, 1976.— 304 с.

Ин-т математики АН УССР, Киев

Получено 25.03.86

УДК 517.946.9:517.947.43

Л. А. Тараборкин, О. Б. Глущенко

Смешанные нелинейные задачи для параболических уравнений с нестационарными граничными условиями и условиями сопряжения

1. В работах [1, 2] подробно изучены возникающие в приложениях задачи для уравнения теплопроводности, содержащие производную по времени от искомой функции в граничных условиях и в условиях сопряжения соответственно, причем нелинейность заключалась лишь в функциях, задающих свободные члены. В работе [3] с помощью громоздкой методики, основанной на методе Ротэ, рассмотрена аналогичная задача для нелинейного параболического уравнения дивергентного вида второго порядка без условий сопряжения.

В настоящей работе исследуется разрешимость смешанных задач для нелинейного параболического уравнения дивергентного вида второго порядка с нелинейными граничными условиями и условиями сопряжения, содержащими дифференцирование по временной переменной.