

---

---

*Цей номер журналу присвячується пам'яті  
Марка Григоровича Крейна  
(03.04.1907 – 17.10.1989)*



**МАРКО ГРИГОРОВИЧ КРЕЙН**  
**(до сторіччя від дня народження)**

З квітня 2007 р. виповнилось 100 років від дня народження одного з найвизначніших математиків 20-го століття Марка Григоровича Крейна, все життя якого було нерозривно пов'язане з Україною. Він народився у Києві, в багатодітній сім'ї (семеро дітей) скромного достатку. Батько торгував лісом, а після революції 1917 р. змушений був покинути цей бізнес.

Незвичайні математичні здібності Марка Григоровича проявилися ще в юнацькі роки. З чотирнадцяти років він систематично відвідував, як вільний слухач, лекції Д. О. Граве та наукові семінари Д. О. Граве і Б. М. Делоне в Київському університеті, слухав лекції Б. М. Делоне в Київському політехнічному інституті. Коли ж йому виповнилось сімнадцять, він під впливом „Моїх університетів” М. Горького вирішив, що пора розпочинати свої „університети”, і разом з товаришем утік з дому до Одеси, щоб приєднатися до однієї з циркових груп, бо дуже мріяв стати акробатом. Але доля розпорядилась по-своєму і в особі Марка Григоровича зберегла світові не акробата, не спортсмена, а визначного математика, чий вплив на розвиток математичної науки важко переоцінити. Вакансія акробата, на щастя, виявилась зайнятою. Очікуючи на появу

нової, він зустрівся з чудовим алгебраїстом і людиною великої душі М. Г. Чеботарьовим, до якого мав рекомендаційного листа від Д. О. Граве. В той час М. Г. Чеботарьов займався науково-дослідною роботою в Одеському університеті. Відчуваючи математичне обдаровання юнака, він відмовив його від циркових задумів і підготував до аспірантури. Разом із С. Й. Шатуновським вони добилися від Відділу освіти спеціального дозволу для дев'ятнадцятирічного М. Г. Крейна, котрий не мав диплома не те що про вищу, а навіть про середню освіту, на вступ до аспірантури. Так у 1926 р. він став аспірантом Одеського університету під керівництвом М. Г. Чеботарьова. З тих пір фотографія М. Г. Чеботарьова завжди висіла над робочим столом М. Г. Крейна. Сам же М. Г. Чеботарьов, згадуючи у своїй „Математичній автобіографії” 1948 р. про 17-річного Марка, який, „не закінчивши середньої школи, приніс самостійну роботу з дуже свіжим змістом”, пишався своїм першим учнем, якого вже тоді вважав „одним із найкращих математиків України”.

Марком Григоровичем також зацікавився відомий механік Г. К. Суслів. Разом з Ф. Р. Гантмахером М. Г. Крейн відвідував його семінар в Одеському політехнічному інституті. Під безпосереднім впливом М. Г. Чеботарьова і Г. К. Сусліва формувались подальші уподобання Марка Григоровича. Від М. Г. Чеботарьова він почерпнув любов до алгебраїчної техніки і взагалі до алгебри, цікавість до різноманітних проблем теорії функцій, зокрема проблеми розподілу нулів певних класів функцій, інтерполяції і теорії розширень, а від Г. К. Сусліва запозичив і потім широко використовував у своїх математичних дослідженнях інтерес до механіки.

У 1928 р. М. Г. Чеботарьов переїхав до Казані і став професором Казанського університету, а наступного року Марко Григорович закінчив аспірантуру, після чого два роки викладав у Донецькому гірничому інституті. На той час він вже був одружений — у 1927 р. щасливо одружився з Раїсою Львівною Ромен, вірним його другом і помічником упродовж шести десятиліть. Вона спеціалізувалась у корабельній архітектурі і працювала в Одеському інституті інженерів морського флоту (ОІМФ). Їхня єдина дитина, дочка Ірма, — кандидат філологічних наук, фахівець у галузі кібернетики, засновниця нового напрямку „Гуманітарна кібернетика”; єдиний онук Альоша, котрий по закінченні математичного факультету Одеського університету займався теорією систем, помер дуже рано від захворювання крові, що сильно вплинуло на стан здоров'я подружжя Крейнів, з якими він жив упродовж всього свого короткого життя; єдиний правнук Марко, теж математик, зараз перебуває за межами України.

У 1931 р. Марко Григорович повернувся до Одеси, отримавши професуру в Одеському університеті. Працював разом з Б. Я. Левіним, з яким, починаючи з першого знайомства і до останніх своїх днів, постійно був у тісних наукових і дружніх стосунках. У 1934 р. М. Г. Крейн отримав офіційне професорське звання. Ступінь доктора фізико-математичних наук був наданий йому Московським державним університетом без захисту дисертації в 31-річному віці, а незабаром (1939 р.) він був обраний членом-кореспондентом АН УРСР.

Ранній розквіт таланту Марка Григоровича як ученого супроводжувався настільки ж раннім розкриттям його педагогічних здібностей. Коли йому виповнилось 25 років, він створив в Одеському університеті свій науковий семінар, котрий невдовзі став одним із найсильніших у світі центром досліджень з функціонального аналізу, тоді ще зовсім молодій області математики, в якій з тих пір і протікала основна його діяльність. У цей період математичні інтереси М. Г. Крейна охоплювали осциляційні матриці і ядра, інтегральні рівняння, геометрію банахових просторів, проблему інтерполяції Неванлінни – Піка, проблему моментів, спектральну теорію лінійних операторів, проблему продовження додатно визначених функцій та їх застосування. Серед його перших учнів — А. В. Артеменко, М. С. Лівшиць, Д. П. Мільман, М. А. Наймарк, М. А. Рутман, С. А. Орлов, В. Л. Шмульян. Без цих імен неможливо уявити сучасну математику.

Паралельно М. Г. Крейн працював в НДІ математики при Харківському університеті (1934–1940 рр.), а в 1940–1941 та 1944–1952 рр. — у Києві, очолюючи відділ алгебри і функціонального аналізу в Інституті математики АН УРСР (співробітником цього відділу у 1940–1941 рр. був великий С. Банах, ділові контакти з яким Марко Григорович встановив під час своєї поїздки до Львова у 1940 р.). Чимало його результатів того періоду, так само, як і результатів, спільних з учнями, друзями і колегами (серед них були Н. І. Ахієзер і Ф. Р. Гантмахер), нині подаються як класичні і входять в основні монографії і посібники з функціонального аналізу.

Під час 2-ї світової війни (1941–1944 рр.) Марко Григорович завідував кафедрою теоретичної механіки у Куйбишевському (нині Самара) індустріальному інституті. Він віддав перевагу цій кафедрі перед кафедрою математики, оскільки вважав, що в технічному навчальному закладі вона охоплює набагато ширше коло наукових напрямів і надає більше можливостей.

У 1944 р. Марко Григорович повернувся до Одеси і з тих пір вже ніколи її не покидав. Він любив це місто, знав історію його і навіть його вулиць, захоплювався особливою „одеською мовою”, одеськими жартами, часто відвідував Одеську оперету. Але дуже швидко він був звільнений з Одеського університету. Не міг більше залишатися в університеті і його найближчий друг Б. Я. Левін. Це було наслідком антисемітської політики сталінського комуністичного режиму і корупції університетської адміністрації. Принципова наукова позиція цих учених, їхнє протистояння прощтовхуванню безграмотних „докторських” дисертацій розцінювались як прояв сіонізму. Офіційне повідомлення про своє звільнення Марко Григорович отримав у день свого народження як „подарунок” від керівництва, яке віддало перевагу „більш надійним” з огляду на політичну ситуацію в країні та „нову кадрову політику” 40-х років, що здійснювалась під гаслом боротьби з сіонізмом і космополітизмом. Це означало кінець існування центру функціонального аналізу в Одеському університеті, кінець офіційної наукової кар’єри М. Г. Крейна.

В 1944 – 1954 рр. М. Г. Крейн працював на кафедрі теоретичної механіки в ОІМФ. Незважаючи на труднощі тих років, заснував низку нових важливих напрямів у математиці й механіці, став всесвітньо відомим ученим. Поряд з теоретичною зросла й практична значущість його результатів, особливо тих, що стосувались теорії параметричного резонансу. Якщо вірити словам відомого фізика В. Векслера, „без робіт М. Г. Крейна ми не мали б синхрофазотрона”. У популярній книзі „батька кібернетики” Н. Вінера „Я — математик” ім’я М. Г. Крейна стоїть поруч з ім’ям А. Н. Колмогорова у зв’язку з оцінкою ролі, яку відіграли їхні роботи воєнних і повоєнних літ з теорії прогнозування та керування, опубліковані в „Доповідях АН СРСР”. Серед нових офіційних і неофіційних учнів Марка Григоровича — визначні математики й механіки І. Ц. Гохберг, І. С. Іохвідов, І. С. Кац, А. А. Костюков, Г. Я. Любарський, А. А. Нудельман, Г. Я. Попов, В. Г. Сізов, Ю. Л. Шмультян.

У 1952 р. М. Г. Крейна звільнили і з Інституту математики АН УРСР, де він також заснував відому школу з функціонального аналізу, представниками якої були Ю. М. Березанський, Ю. Л. Далецький, Г. І. Кац, М. О. Красносельський, Б. І. Коренблум, С. Г. Крейн. Офіційна причина полягала нібито в тому, що він був резидентом Одеси, а не Києва. Але справжню причину, як пише у своїх спогадах І. Ц. Гохберг, „неважко розгадати: саме в той час сталася відома трагедія з єврейськими лікарями”.

Від 1954 р. і до виходу на пенсію Марко Григорович завідував кафедрою теоретичної механіки в Одеському інженерно-будівельному інституті. В останні роки життя був консультантом в Інституті фізичної хімії АН УРСР. До молодшого покоління його учнів належать В. М. Адамян, Д. З. Аров, Г. Лангер, Ф. Е. Мелік-Адамян, І. Є. Овчаренко, Ш. Н. Саакян, І. М. Спітковський, В. А. Яврян та ін.

М. Г. Крейн — автор близько 300 статей і 10 монографій (усі без винятку

перевидавались по декілька разів за кордоном) неперевершеного рівня широти тематики та якості, які відкрили ряд нових областей математики і значно збагатили більш традиційні. Вони спонукали і продовжують надихати роботу багатьох математиків, інженерів, фізиків у всьому світі. Ось далеко не повний перелік напрямів, де його дослідження стали фундаментальними і багато в чому визначили майбутнє цих розділів математики: осциляційні ядра і матриці; проблема моментів, ортогональні поліноми і теорія апроксимації; конуси і опуклі множини в банахових просторах; оператори у просторах з двома нормами; теорія розширень ермітових операторів, продовження додатно визначених функцій і гвинтових дуг, теорія цілих операторів; інтегральні оператори, прямі й обернені спектральні задачі для неоднорідних струн і рівнянь Штурма–Ліувілля; формула слідів і теорія розсіювання; метод напрямних функціоналів; теорія стійкості диференціальних рівнянь; інтеграли Вінера – Хопфа, Тьопліца та сингулярні інтегральні оператори; теорія операторів у просторах з індефінітною метрикою, індефінітні проблеми розширення; несамоспряжені оператори, характеристичні оператор-функції і трикутні моделі; теорія збурень і теорія Фредгольма; теорії інтерполяції і факторизації; теорія прогнозу для стаціонарних стохастичних процесів; проблеми теорії еластичності, теорія корабельних хвиль та хвильового опору. Характерною рисою його робіт є їхня глибока внутрішня єдність, переплетення загальних абстрактних і геометричних ідей з конкретними аналітичними результатами і застосуваннями. Оскільки, як бачимо, діапазон математичних інтересів Марка Григоровича досить широкий, зупинимося трішки детальніше лише на основних, на наш погляд, напрямах його досліджень.

Важливу роль у розвитку функціонального аналізу та застосуваннях відіграють роботи М. Г. Крейна з геометрії банахових та лінійних топологічних просторів і операторів, що діють в них. Тут, насамперед, відмітимо введення та вивчення банахових просторів із фіксованим конусом векторів і спряжених до них, просторів із двома нормами, опуклих множин і слабких топологій в банахових просторах. Особливої популярності набули основоположні теореми Крейна–Мільмана про крайні точки опуклих множин та братів Крейнів – Какутані про ізоморфізм абстрактного банахового простору з одиницею, наділеного векторною структурою, просторові неперервних функцій на бікомпактному хаусдорфовому просторі.

Поєднання алгебраїчних і геометричних методів виразно простежується в дослідженнях Марка Григоровича з теорії топологічних груп і однорідних просторів. Гармонічний аналіз на комутативній локально компактній групі і відкриття своєрідного принципу двоїстості для компактних некомутивних груп (у комутативному випадку двоїстий об'єкт перетворюється на групу характерів), зокрема, того факту, що структура однорідного компакту цілком визначається алгеброю гармонічних функцій на ньому, помітно вплинули на подальший розвиток абстрактного гармонічного аналізу.

М. Г. Крейн повністю описав додатні самоспряжені розширення додатного симетричного оператора і розробив їх класифікацію. Суттєву роль у цій класифікації відіграють два крайні розширення — жорстке (Фрідріхсове) та м'яке (назване згодом крейновим). Результати застосовано до дослідження крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь. Залучаючи й поповнюючи методи теорії аналітичних функцій, він вивчив ермітові оператори з рівними дефектними числами і виділив серед них цікавий клас операторів, названих ним цілими, в теорії яких знайшов аналоги всіх основних конструкцій невизначеного випадку класичної проблеми моментів. Ця теорія дала змогу пов'язати між собою такі, на перший погляд, зовсім різні задачі, як проблема моментів, проблема продовження додатно визначених функцій і гвинтових дуг, опис спектральних функцій струни тощо, і в деякому сенсі завершити їх вирішення; вона привела до постановки й успішного розв'язання нових оригінальних задач у теорії аналітичних функцій, ще раз переконливо підтвердивши далекоглядність

Марка Григоровича, який стверджував, що „значні успіхи у функціональному аналізі будуть досягнуті шляхом притягнення дедалі ширшого арсеналу сучасних засобів теорії аналітичних функцій; у свою чергу, функціональний аналіз, виступаючи замовником, стимулюватиме розвиток останньої”.

М. Г. Крейн розробив загальний метод напрямних функціоналів, за допомогою якого отримав розклади за власними функціями звичайних самоспряжених диференціальних операторів. Тим самим результати багаторічних досліджень Ж. Штурма, Ж. Ліувілля, В. А. Стеклова, Г. Вейля стосовно рівнянь другого порядку було також поширено і на диференціальні рівняння довільного порядку. На основі цього методу було також розвинуто теорію інтегральних зображень додатно визначених ядер елементарними, безпосередніми наслідками якої виявились відомі теореми С. Бохнера, С. Н. Бернштейна тощо про інтегральні зображення додатно визначених, експоненціально опуклих та інших функцій. І тут спрацювала притаманна Марку Григоровичу надзвичайна здатність „за кулісами” майже кожної конкретної задачі бачити „вражаючу фігуру — деякий самоспряжений необмежений оператор”, спектральний розклад якого розв’язує цю проблему.

Упродовж багатьох років Марко Григорович захоплювався питаннями стійкості розв’язків диференціальних рівнянь, хоча і не вважав себе „істинним спеціалістом” у цій галузі. Для нього, за його власним висловом, „це було начебто хобі”. Розроблену А. М. Ляпуновим для рівнянь другого порядку теорію зон стійкості після 50-річної перерви, викликані серйозними труднощами, нарешті за допомогою методів функціонального аналізу М. Г. Крейн узагальнив на канонічні системи з періодичними коефіцієнтами. Закладені ним основи теорії стійкості для диференціальних рівнянь у банаховому просторі дали змогу зробити це набагато простіше, а інколи і в більш завершеній формі, навіть у випадку систем з одним ступенем вільності.

Фундаментальний внесок зробив М. Г. Крейн у теорію обернених задач для рівняння Штурма–Ліувілля, більш загального рівняння струни і канонічних систем диференціальних рівнянь. Зокрема, було розв’язано задачу відновлення рівняння Штурма–Ліувілля за двома спектрами і канонічної системи за її спектральною функцією або матрицею розсіяння. При цьому використовувався аналітичний апарат, розвинутий при вивченні цілих операторів, і теорія систем рівнянь Вінера–Хопфа. Стан останньої на той час не задовольняв Марка Григоровича, і він, застосувавши теореми Вінера–Леві, просунувся далеко вперед у побудові загальної теорії таких систем. Вона досягла досконалості і завершеності у циклі його робіт, відзначеному премією ім. М. М. Крилова (1979 р.). В основу було покладено факторизацію матриць-функцій. Самі ж по собі проблеми факторизації функцій, матриць- і оператор-функцій завжди знаходились у полі зору Марка Григоровича. Нагадаємо також, що в процесі зазначених досліджень виникла теорія акселерант, яку у випадку канонічних систем з двома невідомими функціями можна розглядати як теорію континуальних аналогів ортогональних многочленів на колі. Розвиваючи далі запропоновані ним в обернених задачах спектральної теорії струни методи, М. Г. Крейн разом з учнями і колегами розв’язав задачу відновлення струни (можливо, сингулярної) з тертям на одному кінці за послідовністю власних частот і пов’язані з такою струною проблеми теорії функцій, а також розглянув питання про існування спеціального зображення многочлена, додатного на системі замкнених інтервалів. Ця задача, як і розв’язана ними екстремальна задача для многочленів, узагальнюють відповідні задачі А. А. Маркова, який мав справу лише з одним інтервалом.

Ідеї і методи Марка Григоровича далеко проникли і в теорію несамоспряжених операторів. Завдяки ним ця теорія, яка у доповіді М. Г. Крейна на конгресі у Москві 1966 р. розглядалась як один з ланцюжків „деякої зв’язної множини подій, що розгорнулися на арені гільбертових просторів”, нині виглядає як справжній гірський „масив, що має своєрідну архітектуру, свій

особливий аналітичний апарат і, можна навіть сказати, своє особливе числення, причому з несподіваними виходами в різноманітні області аналізу". Отже, і тут було досягнуто „Мису його Добрих Надій” і, додамо, Передбачень.

М. Г. Крейн — один із творців теорії операторів у просторах з індефінітною метрикою. Його ідею дефінізуючого многочлена і метод напрямних функціоналів було покладено в основу теорії інтегральних зображень і продовжень ермітово-індефінітних функцій зі скінченною кількістю від’ємних квадратів, теорії спектральних розкладів самоспряжених і унітарних операторів у просторах Понтрягіна типу  $P_{\kappa}$ , яку зараз доведено до рівня, порівняного з відповідною теорією в гільбертових просторах. Геометрія названих на честь Марка Григоровича просторів Крейна і оператори в них привертають дедалі більшу увагу як теоретиків, так і практиків. На базі одержаних у цьому напрямі результатів досліджено узагальнені класи функцій Шура, Каратеодорі, Неванлінни, узагальнені в тому розумінні, що пов’язані з ними квадратичні форми мають скінченну кількість від’ємних квадратів. У цих класах вивчено відповідні узагальнення класичних дискретних і континуальних задач: тригонометричну і степеневу проблеми моментів, задачі Шура і Неванлінни–Піка та ін. Тут отримали розвиток розглянуті раніше в дефінітному варіанті теорія акселерант, континуальні аналоги ортогональних многочленів, спектральна теорія канонічних систем. Наступним кроком можна вважати континуальний варіант задачі Нехарі для прямокутних стискальних на дійсній осі матриць-функцій та застосування до розв’язання матрично-континуальних аналогів задач Шура і Каратеодорі–Тьопліца.

У вказаних вище та інших задачах гармонічного аналізу опис розв’язків у невизначеному матричнозначному випадку дається у вигляді дробово-лінійного перетворення над класом стискальних аналітичних матриць-функцій, матриця-функція коефіцієнтів якого має певні властивості. Ця формула стала початковим моментом при відшуканні розв’язків з екстремальним значенням так званого ентропійного функціонала, яким у ряді застосувань відводиться особлива роль.

Тісний взаємозв’язок теоретичних і прикладних тематик у творчості М. Г. Крейна знайшов своє відображення в численних застосуваннях його результатів у різних галузях науки і техніки. Як уже зазначалось, його дослідження з узагальненої проблеми моментів пов’язані з задачами оптимального керування систем із розподіленими параметрами, теорія продовження додатно визначених функцій — з питаннями лінійного прогнозування стаціонарних процесів, запропонований ним метод визначення критичних частот в явищі параметричного резонансу застосовується в теорії синхротронів. Згадувались також його результати, пов’язані з теорією корабельних хвиль і хвильового опору. Відмітимо ще його правило підрахунку кількості від’ємних власних значень ермітових розширень додатного ермітового оператора, яке застосовується при дослідженні стійкості конструкцій. Контактні задачі теорії пружності, теорія міжмолекулярних взаємодій, радіотехнічні задачі — це також об’єкти застосування надбань Марка Григоровича. Його дослідження топологічних груп нещодавно знайшли вихід у теорію графів, а названі його іменем „алгебри Крейна” використовуються в сучасній комбінаториці. Не можна також не відмітити виниклу в результаті розвитку ідей М. Г. Крейна серію спільних з його учнями робіт, що стосується нескінченних ганкельових матриць та узагальненої проблеми Шура (проблеми Нехарі), який надав початкового імпульсу новому напрямкові в теорії керування —  $H_{\infty}$ -оптимальному контролю; останнім часом йому присвячено багато статей, монографій, конференцій.

М. Г. Крейн був не тільки видатним ученим, але й неперевершеним педагогом. Він виховав багато всесвітньо відомих учнів, серед яких 20 докторів і 50 кандидатів наук, щедро ділився з ними, так само, як і з колегами, своїми ідеями і планами. Понад півстоліття Марко Григорович очолював створений

ним загальноміський математичний семінар, що протягом тривалого часу працював у Будинку вчених в Одесі, потім перемістився до Інженерно-будівельного інституту, а ще через деякий час — до Південного наукового центру. В його роботі брали участь представники як старшого, так і молодшого покоління учнів і друзів Марка Григоровича. Серед них В. М. Адамян, Д. З. Аров, М. Л. Бродський, Ю. П. Гінзбург, І. Ц. Гохберг, Г. М. Губреєв, І. С. Іохвідов, І. С. Кац, К. Р. Коваленко, Г. Лангер, Ф. Є. Мелік-Адамян, С. М. Мхітарян, А. А. Нудельман, І. Є. Овчаренко, Г. Я. Попов, Ш. Н. Саакян, Л. А. Сахнович, І. М. Спітковський, Ю. Л. Шмульян, В. А. Яврян. Доповідь на цьому семінарі вважалась за честь для математиків колишнього Радянського Союзу. Крім того, М. Г. Крейн керував меншими семінарами в інститутах, де він працював. Так, в ОПМФ він створив семінар із гідродинаміки, учасниками якого були Ю. Л. Воробійов, А. А. Костюков, В. Г. Сізов. У Куйбишевському індустріальному інституті під його керівництвом працював семінар, членами якого у свій час були Г. Я. Любарський, О. В. Свірський, А. В. Штраус. І, як уже зазначалось, у Києві, в Інституті математики АН УРСР, він очолював семінар з функціонального аналізу, представниками якого були Ю. М. Березанський, Ю. Л. Далецький, Г. І. Кац, Б. І. Коренблюм, М. О. Красносельський, С. Г. Крейн. Майже кожного року Марко Григорович читав курси лекцій для студентів, аспірантів і молодих учених, що базувались на його нещодавніх результатах. Чимало з них не опубліковано ще й дотепер. Лише в 1997 р. записи його лекцій з теорії цілих операторів, прочитаних в Одеському педагогічному інституті і надані В. М. Адамяном і Д. З. Аровим, були оброблені й доповнені В. І. Горбачук та М. Л. Горбачуком і завдяки І. Ц. Гохбергу опубліковані видавництвом *Vik-häuser*. Аналогічна доля спіткала й курс лекцій М. Г. Крейна в Московському державному університеті, в якому були викладені його результати з теорії прогнозування багатовимірних стохастичних процесів і одним із слухачів якого був Ю. А. Розанов. Згодом вони увійшли в його оглядову статтю в „Успехах математических наук”. Цикли лекцій, прочитаних Марком Григоровичем у все-союзних математичних школах, а саме, „Про деякі нові дослідження в теорії збурень” (Канів, 1963 р.) та „Вступ до геометрії індефінітних  $J$ -просторів і теорії операторів у цих просторах” (Кацевелі, 1964 р.), справили незабутнє враження на слухачів своєю глибиною і кількістю поставлених у них нових проблем. На Міжнародному конгресі математиків (Москва, 1966 р.) його годинна доповідь „Аналітичні проблеми і результати теорії операторів у гільбертовому просторі” викликала бурю оплесків переповненої величезної зали, на що головуєчий Л. В. Канторович відреагував словами: „Не так часто навіть знамениті актори отримують стільки овацій”.

Марко Григорович був доброзичливою, порядною, але вимогливою до себе і оточуючих людиною. Про рівень його наукової етики свідчить хоча б такий приклад. При дослідженні цілих операторів з індексом дефекту  $(1, 1)$  важлива роль належить резольвентній матриці, за допомогою якої описуються всі спектральні функції таких операторів. М. Г. Крейн показав, що ця матриця є матрицею монодромії деякої канонічної системи, і висловив, як безсумнівно, гіпотезу про однозначну визначеність за певного нормування гамільтоніана цієї системи, але довів це твердження лише для додатних операторів. У загальному випадку воно було доведене Луї де Бранжем за допомогою функціональних, але не операторних методів. В одній із своїх доповідей на засіданні Московського математичного товариства Марко Григорович так оцінив роботу Луї де Бранжа: „Я вважаю її блискучою. За короткий час він (Луї де Бранж) подолав дистанцію, на яку я витратив так багато років. Луї де Бранж повторив чимало моїх тверджень, але остаточний результат належить йому. Я прямував до нього, але не досягнув його”. Ці слова з етичної точки зору можна порівняти хіба що з висловленням Ейлера щодо розв'язку Лагранжа ізопериметричної задачі. У листі до Лагранжа він написав: „Ваш аналітичний розв'язок ізопериметричної задачі містить усе, чого можна побажати у цій області. Я надзвичайно радий,

що теорія, якою я займався мало не один, доведена Вами до найвищого рівня досконалості”.

Наукові заслуги М. Г. Крейна були широко визнані міжнародним математичним загалом. Він був одним із чотирьох радянських математиків, обраних іноземними членами Американської академії мистецтв і наук, членом Національної академії наук США, членом багатьох математичних товариств і редколегій провідних математичних журналів. У 1982 р. Марко Григорович був удостоєний Міжнародної премії Вольфа (аналог Нобелівської премії в галузі математики). У передмові до неї написано: „Його досягнення є кульмінацією знаменитої лінії, розпочатої Чебишевим, Стільтьєсом, С. Бернштейном та Марковим і продовженої Ф. Ріссом, Банахом і Сегьо. Крейн зумів застосувати могутні методи функціонального аналізу до проблем теорії функцій, теорії операторів, теорії ймовірностей та математичної фізики. Його дослідження привели до відчутного зростання застосувань математики у різноманітних галузях, від теоретичної механіки до електроінженерії й проблем керування. Його стиль у математиці, особисті лідерство і чистота заклали стандарти найвищої майстерності”. Одну з найкращих книг відомих американських математиків П. Лакса і Р. Філіпса „Scattering theory for automorphic functions” (Princeton University Press and University of Tokyo Press, 1976) присвячено Марку Григоровичу, „одному з математичних гігантів 20-го століття, як данину його надзвичайно широкому і глибокому вкладу в математику”.

Незважаючи на все це, у своїй країні його академічна кар’єра, як уже зазначалось вище, закінчилась ще в 1939 р. Звинувачений у єврейському націоналізмі та космополітизмі, частому цитуванні іноземних математиків і, навпаки, іноземними математиками (а Марко Григорович є одним із найбільш цитованих математиків у світі), він так і не став дійсним членом ні Академії наук СРСР, ані Академії наук УРСР. Мабуть, „занадто високими” для М. Г. Крейна виявились їхні стандарти. Багатьом з його учнів двері у ВАК СРСР для надання наукового ступеня були зачинені. Неодноразові висунення Московським математичним товариством, іншими впливовими математичними організаціями і окремими математиками, такими, як П. С. Александров, А. Н. Колмогоров, І. Г. Петровський, кандидатури Марка Григоровича на здобуття державної або будь-якої іншої престижної премії закінчувались, попри всі їхні обґрунтування, викреслюванням прізвища „М. Г. Крейн” зі списків претендентів. За ним не стояла жодна владна, жодна урядова інституція, а тому не стояли й президенти ні АН СРСР, ні АН УРСР, хоча добре знали ціну його дослідженням. Президент АН СРСР М. В. Келдиш лише перепитував президента АН УРСР Б. Є. Патона, чому найвидатніший математик України М. Г. Крейн ще й досі не академік, на що той міг з таким самим успіхом переадресувати те ж саме питання М. В. Келдишу.

Не випускали його й за межі Радянського Союзу. Упродовж усього свого життя він жодного разу не перетнув кордонів цієї держави, був позбавлений навіть права власноручно отримати Міжнародну премію Вольфа. І лише одного разу він одержав офіційний дозвіл на участь у конференції в Угорщині (на Балатоні), але не скористався візою — в Одесі було виявлено холеру і її закрили на карантин. Коли присутній на конференції І. Ц. Гохберг пояснив голові оргкомітету Б. С.-Надю, з якої причини М. Г. Крейн не приїхав на конференцію, той, знаючи ставлення владних інстанцій до Марка Григоровича, сказав, посміхнувшись: „Так що, це зараз називається холерою?” То був єдиний випадок, коли причина відсутності М. Г. Крейна виявилась правдивою. Мало того, в Одесу не пускали зарубіжних учених, котрі бажали зустрітися і поспілкуватися з ним. Так повелися, наприклад, з Дж. Хелтоном і Р. Філіпсом. І все це відбувалося під приводом, що „в Одесі немає філіалу Академії наук”.

У часи перебудови ситуація почала змінюватися на краще. Марко Григорович був удостоєний (разом з М. М. Боголюбовим) Державної премії України в галузі науки і техніки 1987 р. А вже в роки незалежності України Інститут



математики НАН України видав тритомне зібрання його творів, опублікованих у малодоступних журналах. У 2006 р. Президією НАН України прийнято позитивне рішення про заснування премії ім. М. Г. Крейна за видатні досягнення в галузі функціонального аналізу. Шкода тільки, що Марко Григорович не дожив до того часу, коли з географічних карт зникла держава під назвою СРСР і Україна стала незалежною. Він помер 17 жовтня 1989 р., так і не побачивши Помаранчевої революції. Напевно, у подумках він був би на Майдані поруч з донькою Ірмою, своїми „науковими дітьми та онуками”.

Але попри всі перипетії тих часів, Марко Григорович був щасливою людиною, адже щастя дається лише тим, хто багато знає, і чим більше знає людина, тим сильніше і виразніше вона бачить поезію землі там, де її ніколи не знайде той, чиї знання є убогими. Дивлячись у сутінках у калюжу, одні бачать воду, а інші зорі. Марко Григорович бачив зорі. Нам пощастило бути його сучасниками.

*В. М. Адамян, Д. З. Аров, Ю. М. Березанський,  
В. І. Горбачук, М. Л. Горбачук,  
В. А. Михайлець, А. М. Самойленко*