УДК 513.813

Т. И. Григорьева (Южноукр. пед. ун-т, Одесса)

Г-ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИ КЭЛЕРОВЫХ ПРОСТРАНСТВ, НАХОДЯЩИХСЯ В ПОЧТИ ГЕОДЕЗИЧЕСКОМ ОТОБРАЖЕНИИ π_2 $(e = 0)$

For the parabolic Kählerian spaces, we find new form of main equations and construct Γ-transformation which enables one to convert certain pair of corresponding parabolic Kählerian spaces into an infinite sequence of other corresponding parabolic Kählerian spaces.

Для параболічно келерових просторів знайдено новий вигляд основних рівнянь та побудовано Г-перетворення, яке дозволяє із пари відповідних параболічно келерових просторів одержати нескінченну послідовність інших відповідних параболічно келерових просторів.

Одним из наиболее естественных обобщений теории геодезических отображений является теория почти геодезических отображений аффинно-связных и римановых пространств, развитая в работах Н. С. Синюкова. В [1] он показал, что существуют три типа почти геодезических отображений. В данной статье будет исследовано почти геодезическое отображение второго типа $\pi_2(e)$ римановых пространств, удовлетворяющее условию взаимности.

В современной математической литературе достаточно подробно изучены многие частные случаи $\pi_2(e)$, такие как голоморфно проективные отображения кэлеровых пространств, сохраняющие комплексную структуру [2 – 5], почти геодезическое отображение гиперболически кэлеровых пространств [6] и т. д. Однако, как правило, рассматривались невырожденные аффинорные структуры $(e = \pm 1)$. В настоящей работе будем изучать π_2 $(e = 0)$.

1. Рассмотрим отображение π_2 $(e = 0)\colon V_{2n} \to \overline{V}_{2n}$, считая пространства $V_{2n}\left(g_{ij}, F_i^h\right)$ и $\overline{V}_{2n}\left(\overline{g}_{ij}, \overline{F}_i^h\right)$ параболически кэлеровыми. Тогда в общей по отображению системе координат (x^i) основные уравнения рассматриваемого отображение имеют вид

$$\overline{\Gamma}_{ij}^h(x) = \Gamma_{ij}^h(x) + \psi_{(i}(x)\delta_{j)}^h + \varphi_{(i}(x)F_{j)}^h(x), \qquad F_{i,j}^h = F_{i|j}^h = 0, \tag{1}$$
$$F_\alpha^h F_i^\alpha = 0; \qquad \overline{F}_i^h(x) \equiv F_i^h(x),$$
$$F_{ij} = F_{ji}, \qquad F_{ij} = g_{i\alpha}F_j^\alpha,$$

где $\Gamma_{ij}^h(x)$, $\overline{\Gamma}_{ij}^h(x)$ — компоненты объектов связности пространств V_{2n} и $\overline{V}_{2n}$ соответственно, ψ_i, φ_i — ковекторы, круглыми скобками (i, j) обозначена операция симметрирования без деления, “,” — знак ковариантной производной в пространстве V_{2n}, “|” — знак ковариантной производной в пространстве $\overline{V}_{2n}$. Условимся операцию свертывания с аффинором обозначать $A_{\overline{\beta}} = A_\alpha F_\beta^\alpha$, $B^{\overline{\beta}} = B^\alpha F_\alpha^\beta$. Тогда, очевидно, $A_{\overline{\overline{\beta}}} = B^{\overline{\overline{\beta}}} = 0$. Покажем, что векторы φ_i и ψ_i сопряжены. Действительно, из связи между ковариантными производными аффинора в пространствах V_{2n} и $\overline{V}_{2n}$ находим

$$F_{i|j}^h = F_{i,j}^h + \psi_{\overline{i}}\delta_j^h + \varphi_{\overline{i}}F_j^h + \psi_i F_j^h.$$

Сворачивая последнее по индексам h и j, получаем $\psi_i = 0$. Таким образом, имеем

$$\varphi_{\overline{i}} = \psi_i. \tag{2}$$

Используя основные уравнения рассматриваемого отображения и условия (2), находим

$$\psi_i = \frac{1}{2n+2}\left(\overline{\Gamma}^{\alpha}_{i\alpha} - \Gamma^{\alpha}_{i\alpha}\right), \tag{3}$$

а значит, вектор ψ_i по необходимости градиентен, т. е. $\psi_i = \partial\psi/\partial x^i$. Будем также считать градиентным вектор φ_i, т. е. $\varphi_i = \partial\varphi/\partial x^i$.

Как известно, метрический тензор каждого риманова пространства абсолютно параллелен в нем. Поэтому для тензора $\overline{g}_{ij}$ выполняется соотношение

$$\frac{\partial\overline{g}_{ij}}{\partial x^k} - \overline{\Gamma}^{\alpha}_{ki}\overline{g}_{\alpha j} - \overline{\Gamma}^{\alpha}_{ki}\overline{g}_{\alpha i} = 0.$$

Отсюда, используя (1), получаем

$$\overline{g}_{ij,k} = 2\psi_k\overline{g}_{ij} + \psi_i\overline{g}_{jk} + \psi_j\overline{g}_{ik} + 2\varphi_k\overline{F}_{ij} + \varphi_i\overline{F}_{jk} + \varphi_j\overline{F}_{ik}, \quad \overline{F}_{ij} = F^{\alpha}_i\overline{g}_{\alpha j}. \tag{4}$$

Соотношения (4) представляют собой форму основных уравнений рассматриваемого отображения, эквивалентную (1).

Воспользуемся методом, разработанным Н. С. Синюковым в теории геодезических отображений [1], и приведем систему (1) к новому виду, который допускает эффективное исследование. Введем в рассмотрение невырожденный тензор

$$\tilde{g}_{ij} = e^{-2\psi}\overline{g}_{ij} - 2e^{-2\psi}\varphi\overline{F}_{ij}. \tag{5}$$

После ковариантного дифференцирования (5) в V_{2n}, учитывая (4), получаем

$$\tilde{g}_{ij,k} = \psi_i\tilde{g}_{jk} + \psi_j\tilde{g}_{ik} + \varphi_i\tilde{F}_{jk} + \varphi_j\tilde{F}_{ik}, \tag{6}$$

где $\tilde{F}_{ik} = F^{\alpha}_i\tilde{g}_{\alpha k}$. Обозначим элементы матрицы, обратной к $\|\tilde{g}_{ij}\|$, через $\tilde{g}^{ij}$. Тогда $\tilde{g}_{i\alpha}\tilde{g}^{\alpha j} = \delta^j_i$. Дифференцируя это тождество ковариантно в V_{2n} и опираясь на него же, находим $\tilde{g}^{ij}{}_{,k} = -\tilde{g}_{\alpha\beta,k}\tilde{g}^{\alpha i}\tilde{g}^{\beta j}$. Отсюда в соответствии с (6) имеем

$$\tilde{g}^{ij}{}_{,k} = \mu^i\delta^j_k + \mu^j\delta^i_k + \lambda^i F^j_k + \lambda^j F^i_k, \tag{7}$$

где

$$\mu^i = -\psi_\alpha\tilde{g}^{\alpha i}, \qquad \lambda^i = -\varphi_a\tilde{g}^{\alpha i}, \tag{8}$$

причем $\mu^i = \lambda^{\bar{i}}$. Опуская в (7) индексы i и j в V_{2n} и полагая

$$a_{ij} = \tilde{g}^{\alpha\beta}g_{\alpha i}g_{\beta j}, \qquad \mu_i = \mu^\alpha g_{\alpha i}, \qquad \lambda_i = \lambda^\alpha g_{\alpha i}, \tag{9}$$

получаем

$$a_{ij,k} = \lambda_{\bar{i}}g_{jk} + \lambda_{\bar{j}}g_{ik} + \lambda_i F_{jk} + \lambda_j F_{ik}, \tag{10}$$

где $F_{ik} = F^{\alpha}_i g_{\alpha k}$.

Очевидно, в соответствии с (5) и (9) a_{ij} — некоторый невырожденный симметричный, дважды ковариантный тензор, λ_i — ковариантный вектор.

Из (5), (8) и (9) для a_{ij}, λ_i получаем следующие выражения через метрические тензоры пространств V_{2n} и $\overline{V}_{2n}$, находящихся в почти геодезическом отображении π_2 $(e = 0)$:

$$a_{ij} = e^{2\psi}g_{\alpha i}g_{\beta j}\overline{g}^{\alpha\gamma}\left(\delta^\beta_\gamma + 2\varphi F^\beta_\gamma\right), \tag{11}$$

$$\lambda_i = -e^{2\psi}\varphi_\alpha\overline{g}^{\alpha\beta}\left(\delta^\gamma_\beta + 2\varphi F^\gamma_\beta\right)g_{\gamma i}. \tag{12}$$

Сворачивая (10) с g^{ij} по i и j, находим $\left(a_{\alpha\beta}g^{\alpha\beta}\right)_{,k} = 4\lambda_{\bar{k}}$.

Следовательно, $\lambda_{\bar{k}}$ — градиентный вектор, причем из (12) видно, что $\lambda_i \neq \neq 0$ при $\varphi_i \neq 0$ и наоборот. Таким образом, если пространство V_{2n} допускает почти геодезическое отображение π_2 $(e = 0)$, то в нем существует невырожденный симметричный тензор a_{ij}, удовлетворяющий уравнением (10) при градиентном векторе $\lambda_i \neq 0$. Верно и обратное утверждение. Действительно, поднимая в (10) индексы i и j в V_{2n}, убеждаемся, что для тензора $\tilde{g}^{ij} = a_{\alpha\beta}g^{\alpha i}g^{\beta j}$ выполняются уравнения (7) при $\lambda^i = \lambda_\alpha g^{\alpha i}$, причем $\tilde{g}^{ij}$ — невырожденный и симметричный. Тогда для $\tilde{g}_{ij}$ будут выполняться условия (6) при векторах $\varphi_i = -\lambda^\alpha \tilde{g}_{\alpha i}$ и $\psi_i = -\lambda^{\bar{\alpha}}\tilde{g}_{\alpha i}$. Рассмотрим $\tilde{g}_{ij}$ как метрический тензор некоторого риманова пространства $\tilde{V}_{2n}$. Для символов Кристоффеля второго рода $\tilde{\Gamma}^h_{ij}$ этого пространства будем иметь $\tilde{\Gamma}^\alpha_{\alpha k} = \dfrac{1}{2}\partial_k \ln|\tilde{g}|$, где $\tilde{g} = \det\left\|\tilde{g}_{ij}\right\|$.

Учитывая (6), имеем

$$\tilde{\Gamma}^\alpha_{\alpha k} = \frac{1}{2}\tilde{g}^{\alpha\beta}\left(\tilde{g}_{\alpha\beta,k} + \tilde{g}_{\alpha\gamma}\Gamma^\gamma_{\beta k} + \tilde{g}_{\gamma\beta}\Gamma^\gamma_{\alpha k}\right) =$$

$$= \Gamma^\alpha_{\alpha k} + 2\psi_k, \quad \text{т. е.} \quad \psi_k = \frac{1}{2}\left(\tilde{\Gamma}^\alpha_{\alpha k} - \Gamma^\alpha_{\alpha k}\right),$$

а это значит, что ψ_k — градиентный вектор, т. е. $\psi_k = \dfrac{\partial\psi}{\partial x^k}$. Тогда для тензора $\bar{g}_{ij} = e^{2\psi}\tilde{g}_{\alpha i}\left(\delta^\alpha_j + 2\varphi F^\alpha_j\right)$ получаем (4). Таким образом, доказана следующая теорема.

Теорема 1. *Для того чтобы параболически кэлерово пространство* V_{2n} *допускало почти геодезическое отображение* π_2 $(e = 0)$, *необходимо и достаточно, чтобы в нем существовал невырожденный симметричный дважды ковариантный тензор* a_{ij}, *удовлетворяющий условиям* (10) *при некотором градиентном векторе* $\lambda_i \neq 0$.

Итак, (10) — новый вид основных уравнений почти геодезического отображения π_2 $(e = 0)$ параболически кэлеровых пространств.

2. Рассмотрим параболически кэлерово пространство $\overset{1}{V}_{2n}$ с метрическим тензором $\overset{1}{a}_{ij} = a_{ij}$. Обозначим символы Кристоффеля первого рода $\overset{1}{V}_{2n}$ через $\overset{1}{\Gamma}_{ij,k}$. Тогда из (10) на основании определения найдем $\overset{1}{\Gamma}_{ij,k} = \overset{1}{a}_{\alpha k}\Gamma^\alpha_{ij} + \lambda_{\bar{k}}g_{ij} + \lambda_k F_{ij}$. Следовательно, символы Кристоффеля второго рода $\overset{1}{\Gamma}{}^h_{ij}$ пространства $\overset{1}{V}_{2n}$ имеют вид

$$\overset{1}{\Gamma}{}^h_{ij} = \Gamma^h_{ij} + \sigma^h g_{ij} + \rho^h F_{ij},$$

где $\sigma^h = \lambda_{\bar{\alpha}}\overset{1}{a}{}^{\alpha h}$, $\rho^h = \lambda_\alpha \overset{1}{a}{}^{\alpha h}$, $\overset{1}{a}{}^{\alpha h}$ — элементы матрицы, обратной к $\left\|\overset{1}{a}_{ij}\right\|$.

Используя эту зависимость, запишем ковариантную производную метрического тензора g_{ij} пространства V_{2n} в пространстве $\overset{1}{V}_{2n}$ следующим образом: $g_{ij|k} = -\sigma_i g_{jk} - \sigma_j g_{ik} - \rho_i F_{jk} - \rho_j F_{ik}$, где 1 — знак ковариантного дифференцирования в $\overset{1}{V}_{2n}$, $\sigma_i = \sigma^\alpha g_{\alpha i}$, $\rho_i = \rho^\alpha g_{\alpha i}$. На основании (12) $\sigma_i = -\psi_i$, $\rho_i = -\varphi_i$, а значит, $g_{ij1k} = \psi_i g_{jk} + \psi_j g_{ik} + \varphi_i F_{jk} + \varphi_j F_{ik}$. Тогда для тензора

$$\overset{1}{\overline{a}}_{ij} = e^{2\psi} g_{i\alpha}\left(\delta_j^\alpha + 2\varphi F_j^\alpha\right) \tag{13}$$

имеем $\overset{1}{\overline{a}}_{ij1k} = 2\psi_k \overset{1}{\overline{a}}_{ij} + \psi_i \overset{1}{\overline{a}}_{jk} + \psi_j \overset{1}{\overline{a}}_{ik} + 2\varphi_k \overset{1}{\overline{F}}_{ij} + \varphi_i \overset{1}{\overline{F}}_{jk} + \varphi_j \overset{1}{\overline{F}}_{ik}$, где $\overset{1}{\overline{F}}_{ij} = F_i^\alpha \overset{1}{\overline{a}}_{\alpha j}$, или, что эквивалентно, $\overset{1}{\overline{\Gamma}}{}_{ij}^h = \overset{1}{\Gamma}{}_{ij}^h + \psi_{(i}\delta_{j)}^h + \varphi_{(i}F_{j)}^h$ ($\overset{1}{\Gamma}{}_{ij}^h$, $\overset{1}{\overline{\Gamma}}{}_{ij}^h$ — компоненты объектов связности пространств $\overset{1}{V}_{2n}$ и $\overset{1}{\overline{V}}_{2n}$ соответственно). Полученное свидетельствует о том, что параболически кэлерово пространство $\left(\overset{1}{V}_{2n}, \overset{1}{a}_{ij}\right)$ допускает отображение π_2 $(e = 0)$, соответствующее аффинору F_j^i, на параболически кэлерово пространство $\left(\overset{1}{\overline{V}}_{2n}, \overset{1}{\overline{a}}_{ij}\right)$. Тем самым доказано следующее утверждение.

Теорема 2. *Если параболически кэлерово пространство* V_{2n} *с метрическим тензором* g_{ij} *допускает отображение* π_2 $(e = 0)$, *соответствующее аффинору* F_j^i, *на параболически кэлерово пространство* $\overline{V}_{2n}$ *с метрическим тензором* $\overline{g}_{ij}$, *то параболически кэлерово пространство* $\overset{1}{V}_{2n}$ *с метрическим тензором* $\overset{1}{a}_{ij}$, *определенным формулой* (11), *допускает почти геодезическое отображение* π_2 $(e = 0)$, *соответствующее тому же аффинору, на параболически кэлерово пространство* $\overset{1}{\overline{V}}_{2n}$ *с метрическим тензором* $\overset{1}{\overline{a}}_{ij}$, *определяемым формулой* (13).

Введя аффинор

$$A_j^i = e^{2\psi} g_{\alpha j} \overline{g}^{\alpha\beta}\left(\delta_\beta^i + 2\varphi F_\beta^i\right), \tag{14}$$

метрические тензоры пространств $\overset{1}{V}_{2n}$ и $\overset{1}{\overline{V}}_{2n}$ можно записать в виде

$$\overset{1}{a}_{ij} = A_i^\alpha g_{\alpha j}, \qquad \overset{1}{\overline{a}}_{ij} = e^{2\psi} g_{i\alpha}\left(\delta_j^\alpha + 2\varphi F_j^\alpha\right). \tag{15}$$

Формулами (15) представлен закон, переводящий пару пространств V_{2n} и $\overline{V}_{2n}$, для которых существует отображение π_2 $(e = 0)$: $V_{2n} \to \overline{V}_{2n}$, в другую пару пространств, связанных тем же отображением π_2 $(e = 0)$: $\overset{1}{V}_{2n} \to \overset{1}{\overline{V}}_{2n}$. Назовем его по аналогии с [1] Г-преобразованием.

Согласно последней теореме с помощью Г-преобразования из пары параболически кэлеровых пространств $\overset{1}{V}_{2n}$ и $\overset{1}{\overline{V}}_{2n}$, находящихся в почти геодезическом отображении π_2 $(e = 0)$, соответствующем аффинору F_j^i, можно получить пару параболически кэлеровых пространств $\overset{2}{V}_{2n}$ и $\overset{2}{\overline{V}}_{2n}$, находящихся в почти геодезическом отображении, соответствующем тому же аффинору.

Метрические тензоры полученных пространств будут выражаться по формулам

$$\overset{2}{a}_{ij} = \overset{1}{A}{}^{\alpha}_{i}\,\overset{1}{a}_{\alpha j}, \qquad \overset{2}{\overline{a}}_{ij} = e^{2\psi}\,\overset{1}{a}_{\alpha i}\left(\delta^{\alpha}_{j} + 2\varphi F^{\alpha}_{j}\right), \tag{16}$$

где $\overset{1}{A}{}^{i}_{j} = e^{2\psi}\,\overset{1}{a}_{\alpha j}\,\overset{1}{\overline{a}}{}^{\alpha\beta}\left(\delta^{i}_{\beta} + 2\varphi F^{i}_{\beta}\right)$.

Однако из (15) следует, что $\overset{1}{A}{}^{i}_{j} = A^{i}_{j}$, а значит, аффинор (14) инвариантен относительно рассматриваемого Г-преобразования. Поэтому (16) можно представить в виде

$$\overset{2}{a}_{ij} = A^{\alpha}_{i} A^{\beta}_{\alpha} g_{\beta j}, \qquad \overset{2}{\overline{a}}_{ij} = e^{2\psi} A^{\alpha}_{i} g_{\alpha\beta}\left(\delta^{\beta}_{j} + 2\varphi F^{\beta}_{j}\right).$$

Очевидно, метрические тензоры $\overset{m}{a}_{ij}$ и $\overset{m}{\overline{a}}_{ij}$ пространств $\overset{m}{V}_{2n}$ и $\overset{m}{\overline{V}}_{2n}$, полученных с помощью Г-преобразования из пары пространств $\overset{m-1}{V}_{2n}$ и $\overset{m-1}{\overline{V}}_{2n}$, будут иметь вид

$$\overset{m}{a}_{ij} = \overset{m}{A}{}^{\alpha}_{i}\, g_{\alpha j}, \qquad \overset{m}{\overline{a}}_{ij} = e^{2\psi}\,\overset{m-1}{A}{}^{\alpha}_{i}\, g_{\alpha\beta}\left(\delta^{\beta}_{j} + 2\varphi F^{\beta}_{j}\right), \tag{17}$$

где $\overset{m}{A}{}^{i}_{j}$ — m-я степень аффинора A^{i}_{j}, причем $\overset{0}{A}{}^{i}_{j} = \delta^{i}_{j}$.

Предположим, что при некотором достаточно большом m последовательность пространств (17) замкнется. Тогда на основании (17) это будет означать, что $\overset{m-1}{A}{}^{i}_{j} = \delta^{i}_{j}$, откуда вытекает, что определитель аффинора A^{i}_{j} постоянен. С другой стороны, из (3) следует

$$\psi_{i} = \frac{1}{2(2n+2)}\partial_{i}\ln\left|\frac{\overline{g}}{g}\right|, \quad \text{где} \quad g = \det\left\| g_{ij} \right\|, \quad \overline{g} = \det\left\| \overline{g}_{ij} \right\|,$$

а значит,

$$\left|\frac{\overline{g}}{g}\right| = c e^{2(2n+2)\psi}.$$

Тогда $\det\left\| A^{i}_{j} \right\| = c e^{-4\psi}$. Поэтому $\psi = \mathrm{const}$, а следовательно, рассмотренный случай тривиален. Тем самым доказана следующая теорема.

Теорема 3. *Парой параболически кэлеровых пространств V_{2n} и $\overline{V}_{2n}$, находящихся в отображении π_2 $(e = 0)$, соответствующем аффинору F^{i}_{j}, при Г-преобразовании порождается бесконечная последовательность параболически кэлеровых пространств $\overset{m}{V}_{2n}$ и $\overset{m}{\overline{V}}_{2n}$, находящихся в отображении π_2 $(e = 0)$, соответствующем тому же аффинору.*

3. Рассмотрим следующее алгебраическое условие на аффинор A^{i}_{j}: $\overset{m}{A}{}^{i}_{j} = \alpha\,\delta^{i}_{j}$, где α — инвариант. В этом случае $\det\left\| \overset{m}{A}{}^{i}_{j} \right\| = c^{m} e^{-4m\psi} = \alpha$. Следовательно, $\overset{m}{a}_{ij} = c^{m} e^{-4m\psi} g_{ij}$, а $\overset{m}{\overline{a}}_{ij} = \dfrac{e^{6\psi}}{c}\overset{m}{a}_{ij}$, что свидетельствует о тривиальности отображения π_2 $(e = 0)$: $\overset{m}{V}_{2n} \to \overset{m}{\overline{V}}_{2n}$. Пусть теперь имеет место равенство $\overset{2}{A}{}^{i}_{j} + \alpha A^{i}_{j} + \beta\,\delta^{i}_{j} = 0$, где $\alpha = \mathrm{const}$, $\beta = \mathrm{const}$. Свернем последнее с $\tilde{A}^{j}_{k}$ (здесь $\tilde{A}^{j}_{k}$ — элементы матрицы, обратной к $\left\| A^{j}_{k} \right\|$). Учитывая (14), имеем

$$e^{2\psi} g_{\alpha k} \tilde{g}^{\alpha\beta}\left(\delta^i_\beta + 2\varphi F^i_\beta\right) + \alpha\delta^i_k + \beta e^{-2\psi} g^{i\alpha} \overline{g}_{\alpha\beta}\left(\delta^\beta_k - 2\varphi F^\beta_k\right) = 0.$$

Опустим индекс i в пространстве V_{2n}:

$$e^{2\psi} g_{\alpha k} g_{\beta j} \tilde{g}^{\alpha\gamma}\left(\delta^\beta_\gamma + 2\varphi F^\beta_\gamma\right) + \alpha g_{jk} + \beta e^{-2\psi} \overline{g}_{\alpha j}\left(\delta^\alpha_k - 2\varphi F^\alpha_k\right) = 0,$$

или $a_{ij} + \alpha g_{ij} + \beta e^{-2\psi}\left(\overline{g}_{ij} - 2\varphi \overline{F}_{ij}\right) = 0$. Продифференцируем это равенство ковариантно в пространстве V_{2n} по переменной x^k. С помощью (10) запишем полученное соотношение в виде

$$\lambda_{\bar{i}} g_{jk} + \lambda_{\bar{j}} g_{ik} + \lambda_i F_{jk} + \lambda_j F_{ik} + \beta e^{-2\psi}\left(\psi_i \overline{g}_{jk} + \psi_j \overline{g}_{ik} + \varphi_i \overline{F}_{jk} + \varphi_j \overline{F}_{ik}\right) -$$
$$- 2\varphi e^{-2\psi}\beta\left(\psi_i \overline{F}_{jk} + \psi_j \overline{F}_{ik}\right) = 0.$$

Используя циклическую перестановку по индексам i, j, k, находим

$$\lambda_{\bar{i}} g_{jk} + \lambda_i F_{jk} + \beta e^{-2\psi}\left(\psi_i \overline{g}_{jk} + \varphi_i \overline{F}_{jk}\right) - 2\varphi e^{-2\psi} \psi_i \overline{F}_{jk} = 0. \tag{18}$$

Пусть a^k такой, что $a^k \lambda_{\bar{k}} = 1$. Тогда, свернув (18) с $a^i F^j_h$, получим

$$F^a_h g_{\alpha k} + \beta e^{-2\psi} \psi_\alpha a^\alpha \overline{g}_{\alpha k} F^\alpha_h = 0 \quad \text{или} \quad F_{hk} + \beta e^{-2\psi} \psi_\alpha a^\alpha \overline{F}_{hk} = 0,$$

а это свидетельствует о том, что отображение π_2 $(e = 0)$: $\left(V_{2n}, g_{ij}\right) \to \left(\overline{V}_{2n}, \overline{g}_{ij}\right)$ тривиально. Таким образом, справедлива такая теорема.

Теорема 4. *Пусть* $\overset{m}{V}_{2n}$ *и* $\overset{m}{\overline{V}}_{2n}$ *— параболически кэлеровы пространства, метрические тензоры которых определяются по формулам* (17). *Тогда при следующих условиях на аффинор* A^i_j: $A^i_j = \delta^i_j$; $\overset{m}{A}{}^i_j = \alpha\,\delta^i_j$ (α *— инвариант*), $\overset{2}{A}{}^i_j + \beta A^i_j + \gamma\delta^i_j = 0$ ($\beta = \mathrm{const}$ *и* $\gamma = \mathrm{const}$) *отображение* π_2 $(e = 0)$: $\overset{m}{V}_{2n} \to$ $\to \overset{m}{\overline{V}}_{2n}$ *тривиально*.

1. *Синюков Н. С.* Геодезические отображения римановых пространств. – М.: Наука, 1979. – 256 с.
2. *Микеш Й.* О голоморфно-проективных отображениях кэлеровых пространств // Укр. геом. сб. – 1979. – Вып. 23. – С. 13 – 18.
3. *Ishihara S.* Holomorphically projective changes and their groups in an almost complex manifold // Tohoku Math. J. – 1957. – **9**, № 3. – P. 273 – 297.
4. *Sakaguchi T.* On the holomorphically projective correspondence between Kahlerian spaces preserving complex structure // Hokkaido Math. J. – 1974. – **3**, № 2. – P. 203 – 212.
5. *Tashiro Y.* On homomorphically projective correspondences in an almost comlex space // Math. J. Okayama Univ. – 1957. – **6**, № 2. – P. 147 – 152.
6. *Курбатова И. Н.* Квазигеодезические отображения римановых пространств: Дис. … канд. физ.-мат. наук. – Одесса, 1979. – 112 с.

Получено 29.06.99,
после доработки — 06.04.2000