УДК 518.9

В. В. Остапенко (ННК „Ін-т прикл. систем. аналіза" М-ва освіти і НАН України),
Г. С. Фінін (Міжнарод. Соломонів ун-т)

РОЗВ'ЯЗОК ЛОКАЛЬНО СКІНЧЕННОЇ СИСТЕМИ ЛІНІЙНИХ НЕРІВНОСТЕЙ ЗІ СТРУКТУРОЮ ГРАФА

We suggest a method of the solution of a locally finite system of linear inequalities which appears in solving problems of control of a resource in networks with the Kirchhoff generalized law. We present a criterion in the case where the system of inequalities possesses the graph structure.

Запропоновано спосіб розв'язання локально скінченної системи лінійних нерівностей, що виникає при розв'язанні задач управління ресурсом в сітках з узагальненим законом Кірхгофа. Наведено критерій, коли система нерівностей має структуру графа.

У роботах [1–3] розглянуто статичні течії у сітках з узагальненим законом збереження. При цьому виникає задача, пов'язана з дослідженням системи лінійних нерівностей, яка має визначену структуру і описується конкретним графом. Розглянуті у вказаних роботах графи не мали кратних ребер. В даній статті досліджуються графи, що мають кратні ребра, і наводиться критерій, який визначає чи буде система нерівностей мати структуру графа [4].

При управлінні динамічними течіями у сітках з узагальненим законом Кірхгофа може виникнути необхідність дослідження нескінченної системи нерівностей зі структурою нескінченного графа. Нами розроблено спосіб зведення такої задачі до скінченного випадку.

Нехай $G = \{V, E\}$ — зв'язний неорієнтований граф, V — множина його вершин, E — множина ребер. У загальному випадку множини V і E можуть бути нескінченними.

Позначимо через $N(a)$ окіл вершини a: $N(a) = \{b \in V\colon (a, b) \in E\}$. Якщо існують кратні ребра, які пов'язують вершини a та b, то позначимо через $\Gamma(a, b)$ множину усіх таких ребер.

Припустимо, що для кожного a множина $N(a)$ — скінченна і для будь-яких a та b множина $\Gamma(a, b)$ також скінченна.

Систему лінійних нерівностей

$$\sum_{j\in N(i)} \sum_{e\in\Gamma(i,j)} \alpha_e^{ij} x_e \in A_i, \qquad i \in V, \tag{1}$$

$$x_e \in B_e, \qquad e \in \Gamma(i,j), \quad i,j \in V, \tag{2}$$

відносно невідомих x_e будемо називати системою лінійних нерівностей із структурою графа G. Тут $\alpha_e \neq 0$ — коефіцієнти, A_i та B_e — відрізки. Невідомі x_e будемо інтерпретувати як модуль величини течії, яка протікає через ребро e. Напрямок течії визначається знаком коефіцієнта α_e.

Введемо поняття локально скінченної системи нерівностей. Нехай J — довільна множина індексів. Розглянемо множину невідомих $y = \{y_j,\ j \in J\}$ та множину констант $a = \{a^j,\ j \in J\}$. Припустимо, що серед чисел a^j, $j \in J$, існує тільки скінченне число відмінних від нуля. Таку множину констант назвемо локально скінченною. У цьому випадку вираз $\langle a, y\rangle = \sum_j a^j y_j$ є скінченною сумою і має сенс.

Нехай I — довільна множина індексів. Розглянемо сім'ю локально скінченних множин констант $\{a_i, i \in I\}$.

Систему лінійних нерівностей вигляду

ємо його та підставляємо як константу у нерівності (1), (2). При цьому в нерівностях (1) з номерами a та b вже відомі величини $\alpha_e x_e$ переносяться у праві частини, а нерівність (2), занумерована ребром e, виключається. Нова система нерівностей буде мати структуру графа G_1, який виходить з графа G при виключенні ребра e.

У подальшому вибираємо довільне ребро f з графа G та знаходимо максимальний проміжок, у якому може міститися величина x_f. Граф G_1 може бути не зв'язним. Тоді вибираємо зв'язну компоненту, яка містить ребро f.

Такий процес дозволяє знаходити розв'язки локально скінченної системи нерівностей (1), (2).

1. *Остапенко В.В., Павлыгин А.И.* Линейные неравенства для обобщения закона Кирхгофа // Кибернетика и системный анализ. – 1997. – № 3. – С. 130 – 148.
2. *Остапенко В.В., Павлыгин А.И., Финин Г.С.* Обобщенный принцип сохранения потоков в сетях // Праці 3-ї конференції з автоматичного керування "Автоматика-96": Севастополь, 1996. – Севастополь: Севастоп. техн. ун-т, 1996. – Т. 2 – С. 137.
3. *Фінін Г.С.* Решение систем линейных неравенств методами исключения неизвестных // Вестн. Междунар. Соломонового ун-та. – 1999. – № 1. – С. 116–122.
4. *Остапенко В.В., Павлыгин А.И.* Динамические потоки в сетях для обобщенного закона Кирхгофа // Кибернетика и системный анализ. – 1996. – № 3. – С. 96–102.

Одержано 05.11.99