УДК 517. 9

С. А. Щеголев (Одес. ун-т)

ОБ ОДНОМ КЛАССЕ РЕШЕНИЙ СЧЕТНОЙ КВАЗИЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, СОДЕРЖАЩЕЙ МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩИЕСЯ ПАРАМЕТРЫ

For a countable quasilinear differential system whose coefficients are represented as the Fourier series with slowly varying coefficients and frequency, the conditions are given under which this system has the solutions of a similar structure.

Для зчисленної квазілінійної диференціальної системи, коефіцієнти якої мають вигляд рядів Фур'є з повільно змінними коефіцієнтами і частотою, наведено умови, за яких ця система має розв'язки аналогічної структури.

Настоящая работа посвящена распространению на случай счетных систем [1, 2] результатов [3, 4], полученных для конечномерных систем.

Обозначим через S_m класс функций $f(t, \varepsilon)$, имеющих свойства:

1) $f(t,\varepsilon)\colon G = \left\{t \in \mathbb{R}, \varepsilon \in [0, \varepsilon_0], \varepsilon_0 \in \mathbb{R}^+\right\} \to \mathbb{C}$;

2) $f(t,\varepsilon) \in C^m(\mathbb{R})$;

3) $\dfrac{d^k f(t,\varepsilon)}{dt^k} = \varepsilon^k f_k^*(t,\varepsilon), \quad \sup\limits_G \left| f_k^*(t,\varepsilon)\right| < +\infty, \quad 0 \le k \le m.$

Через B_m обозначим класс функций вида

$$f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(t,\varepsilon)\exp(in\theta(t,\varepsilon)),$$

имеющих свойства:

1) $f_n(t,\varepsilon) \in S_m$, $\dfrac{d^k f_n(t,\varepsilon)}{dt^k} = \varepsilon^k f_{nk}(t,\varepsilon)$,

$$\| f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))\|_k \stackrel{\text{def}}{=} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sup_G |f_{nk}(t,\varepsilon)| < +\infty, \qquad 0 \le k \le m;$$

2) $\theta(t,\varepsilon) = \int\limits_0^t \varphi(\tau,\varepsilon)\,d\tau, \quad \varphi \in \mathbb{R} \cap S_m, \ \inf\limits_G |\varphi(t,\varepsilon)| > 0.$

B_m превращается в полное нормированное пространство введением нормы

$$\| f\|_{B_m} = \sum_{k=0}^{m} \| f\|_k .$$

Имеет место цепочка вложений $B_0 \supset B_1 \supset \ldots \supset B_m$.

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dx_j}{dt} = \sum_{k=1}^{j} p_{jk}(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))x_k + f_j(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) + \mu X_j(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon),x_1,x_2,\ldots), \qquad (1)$$

где $p_{jk}, f_j \in B_m$, $X_j \in B_m$ как функция t, ε, θ; $j = 1, 2, \ldots$.

Изучается вопрос о существовании частных решений класса B_m системы уравнений (1). Вопросы существования ограниченных решений счетных систем почти треугольного вида изучались в [5, 6].

Предварительно докажем некоторые вспомогательные утверждения. Введем операторы

$$D_\varphi^0(u(t,\varepsilon)) = u(t,\varepsilon), \qquad D_\varphi^1(u(t,\varepsilon)) = \frac{d}{dt}\left(\frac{u(t,\varepsilon)}{\varphi(t,\varepsilon)}\right), \ \ldots,$$

$$D_\varphi^m(u(t,\varepsilon)) = D_\varphi^1\left(D_\varphi^{m-1}(u(t,\varepsilon))\right).$$

Лемма 1. *Пусть функция*

$$f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) = \sum_{|n|>0} f_n(t,\varepsilon)\exp(in\theta(t,\varepsilon)) \in B_m, \tag{2}$$

и выполнено условие

$$\sup_G \left| \frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^t D_\varphi^m(f_n(\tau,\varepsilon))\exp(in\theta(\tau,\varepsilon))\,d\tau \right| \le \alpha_n,$$

где

$$\sum_{|n|>0}\alpha_n < +\infty.$$

Тогда

$$\int_0^t f(\tau,\varepsilon,\theta(\tau,\varepsilon))\,d\tau \in B_m.$$

Доказательство. В силу равномерной сходимости ряда (2)

$$\int_0^t f(\tau,\varepsilon,\theta(\tau,\varepsilon))\,d\tau = \sum_{|n|>0}\int_0^t f_n(\tau,\varepsilon)\exp(in\theta(\tau,\varepsilon))\,d\tau.$$

Применяя m-кратное интегрирование по частям, получаем

$$\int_0^t f_n(\tau,\varepsilon)\exp(in\theta(\tau,\varepsilon))\,d\tau = a_n(t,\varepsilon)e^{in\theta(t,\varepsilon)} - a_n(0,\varepsilon)e^{in\theta(0,\varepsilon)}, \qquad n \ne 0,$$

где

$$a_n(t,\varepsilon) = \sum_{k=0}^{m-1}\frac{(-1)^k D_\varphi^k(f_n(t,\varepsilon))}{(in)^{k+1}\varphi(t,\varepsilon)} + \frac{(-1)^m}{(in)^m}\int_0^t {}^{k}_{\varphi} D_\varphi^m(f_n(\tau,\varepsilon))e^{in(\theta(\tau,\varepsilon)-\theta(t,\varepsilon))}\,d\tau. \tag{3}$$

В силу условий леммы

$$\sum_{|n|>0}|a_n(0,\varepsilon)| < +\infty.$$

Последовательным дифференцированием выражения (3) получаем

$$D_\varphi^s\left(\frac{da_n(t,\varepsilon)}{dt}\right) = \sum_{k=0}^{m-s-2}\frac{(-1)^k D_\varphi^{k+s+1}(f_n(t,\varepsilon))}{(in)^{k+1}} +$$

$$+\frac{(-1)^{m+s-1}\varphi(t,\varepsilon)}{(in)^{m-s-1}}\int_0^t D_\varphi^m(f_n(\tau,\varepsilon))e^{in(\theta(\tau,\varepsilon)-\theta(t,\varepsilon))}\,d\tau, \qquad s = \overline{0, m-1}. \tag{4}$$

Из (3), (4) вытекает

$$\frac{d^k a_n(t,\varepsilon)}{dt^k} = \varepsilon^k a_{nk}(t,\varepsilon), \qquad \sum_{|n|>0} \sup_G |a_{nk}(t,\varepsilon)| < +\infty, \quad k = \overline{0,m}. \tag{5}$$

Таким образом,

$$\int_0^t f(\tau,\varepsilon,\theta(\tau,\varepsilon))\,d\tau = \sum_{|n|>0} a_n(t,\varepsilon) e^{in\theta(t,\varepsilon)} - \sum_{|n|>0} a_n(0,\varepsilon) e^{in\theta(0,\varepsilon)},$$

где $a_n(t,\varepsilon)$ удовлетворяет соотношениям (5), что и доказывает лемму.

Лемма 2. *Пусть*

$$f(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_n(t,\varepsilon) \exp(in\theta(\tau,\varepsilon)) \in B_m,$$

а функция

$$\rho(t,\varepsilon) \in \mathbb{R} \cap S_m, \ \inf_G |\rho(t,\varepsilon)| = \gamma > 0.$$

Тогда функция

$$I(f) = \int_A^t f(\tau,\varepsilon,\theta(\tau,\varepsilon)) \exp\left(\int_\tau^t \rho(s,\varepsilon)\,ds\right) d\tau,$$

где

$$A = \begin{cases} -\infty, & \rho < 0; \\ +\infty, & \rho > 0, \end{cases}$$

принадлежит классу B_m.

Доказательство. Обозначим

$$\sigma_n(t,\varepsilon) = \rho(t,\varepsilon) - in\varphi(t,\varepsilon).$$

Введем операторы

$$D_\sigma^0(u(t,\varepsilon)) = u(t,\varepsilon), \qquad D_\sigma^1(u(t,\varepsilon)) = \frac{d}{dt}\left(\frac{u(t,\varepsilon)}{\sigma_n(t,\varepsilon)}\right), \ldots,$$

$$D_\sigma^m(u(t,\varepsilon)) = D_\sigma^1\left(D_\sigma^{m-1}(u,(t,\varepsilon))\right).$$

Нетрудно видеть, что

$$I(f) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u_n(t,\varepsilon) \exp(in\theta(t,\varepsilon)),$$

где

$$u_n(t,\varepsilon) = \int_A^t f_n(\tau,\varepsilon) \exp\left(\int_\tau^t \sigma_n(s,\varepsilon)\,ds\right) d\tau. \tag{6}$$

Интегрируя (6) m раз по частям, имеем

$$u_n(t,\varepsilon) = -\frac{1}{\sigma_n(t,\varepsilon)} \sum_{k=0}^{m-1} D_\sigma^k(f_n(t,\varepsilon)) + \int_A^t D_\sigma^m(f_n(\tau,\varepsilon)) \left(\exp\int_\tau^t \sigma_n(s,\varepsilon)\,ds\right) d\tau.$$

Отсюда последовательным дифференцированием получаем

$$D_\sigma^s\left(\frac{du_n(t,\varepsilon)}{dt}\right) = -\sum_{k=0}^{m-s-2} D_\sigma^{k+s+1}(f_n(t,\varepsilon)) +$$

$$+\ \sigma_n(t,\varepsilon)\int_A^t D_\sigma^m(f_n(\tau,\varepsilon))\left(\exp\int_\tau^t \sigma_n(s,\varepsilon)\,ds\right)d\tau, \quad s=\overline{0,m-1}. \tag{7}$$

В силу условий леммы

$$D_\sigma^k(f_n(t,\varepsilon)) = \varepsilon^k f_{nk}^*(t,\varepsilon), \qquad \sum_{n=-\infty}^{\infty}\sup_G\left|f_{nk}^*(t,\varepsilon)\right| < +\infty, \qquad k=\overline{0,m}.$$

С учетом известной оценки [7]

$$\sup_t\left|\int_A^t f(\tau)\left(\exp\int_\tau^t p(s)\,ds\right)d\tau\right| \le \frac{1}{\gamma}\sup_t|f(t)|,$$

где

$$\gamma = \inf_t|\operatorname{Re}p(t)| > 0, \qquad A = \begin{cases}-\infty, & \operatorname{Re}p(t)<0;\\ +\infty, & \operatorname{Re}p(t)>0,\end{cases}$$

из (7) вытекает, что $I(f(t,\varepsilon,\theta)) \in B_m$, причем существует постоянная K_1, не зависящая от функции f, такая, что

$$\|I(f(t,\varepsilon,\theta))\|_{B_m} \le K_1\|f(t,\varepsilon,\theta)\|_{B_m},$$

что и доказывает лемму.

Лемма 3. *Пусть задано дифференциальное уравнение*

$$\frac{dx}{dt} = p(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))\,x + q(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)), \tag{8}$$

$$\begin{Bmatrix}p(t,\varepsilon,\theta)\\ q(t,\varepsilon,\theta)\end{Bmatrix} = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\begin{Bmatrix}p_n(t,\varepsilon)\\ q_n(t,\varepsilon)\end{Bmatrix}\exp(in\theta(t,\varepsilon)) \in B_m,$$

$$p_0(t,\varepsilon)\in\mathbb{R}, \qquad \inf_G|p_0(t,\varepsilon)| = \gamma > 0,$$

и выполнено условие

$$\sup_G\left|\frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^t D_\varphi^m(p_n(\tau,\varepsilon))\exp(in\theta(\tau,\varepsilon))\,d\tau\right| \le \alpha_n \quad \forall\, n\ne 0, \tag{9}$$

где

$$\sum_{|n|>0}\alpha_n < +\infty.$$

Тогда уравнение (8) *имеет единственное частное решение* $x(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) \in B_m$, *причем существует постоянная* K_2, *не зависящая от функции* q *и определяемая лишь функцией* p, *такая, что*

$$\|x(t,\varepsilon,\theta)\|_{B_m} \le K_2\|q(t,\varepsilon,\theta)\|_{B_m}.$$

Доказательство. Рассмотрим следующее решение уравнения (8):

$$x = \int_A^t q(\tau,\varepsilon,\theta(\tau,\varepsilon))\exp\left(\int_\tau^t \sum_{|n|>0} p_n(s,\varepsilon)\exp\left(in\theta(s,\varepsilon)\,ds\right)\right)\left(\exp\int_\tau^t p_0(s,\varepsilon)\,ds\right)d\tau,$$

где

$$A = \begin{cases} -\infty, & p_0(t,\varepsilon) < 0; \\ +\infty, & p_0(t,\varepsilon) > 0. \end{cases}$$

В силу леммы 1 и условия (9)

$$\int_0^t \sum_{|n|>0} p_n(s,\varepsilon)\exp\left(in\theta(s,\varepsilon)\right)ds = a\left(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)\right) \in B_m.$$

Поэтому

$$x = e^{a(\tau,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))}\int_A^t q(\tau,\varepsilon,\theta(\tau,\varepsilon))e^{-a(\tau,\varepsilon,\theta(\tau,\varepsilon))}\exp\left(\int_\tau^t p_0(s,\varepsilon)\,ds\right)d\tau. \tag{10}$$

Несложно показать (см. [8]), что $\exp\left(\pm a\left(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)\right)\right) \in B_m$. В силу леммы 2 из (10) вытекает требуемое. Лемма доказана.

Перейдем непосредственно к рассмотрению системы уравнений (1). Рассмотрим соответствующую ей линейную систему, получающуюся из (1) при $\mu = 0$:

$$\frac{dx_j^0}{dt} = \sum_{k=1}^{j} p_{jk}(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))\,x_k^0 + f_j(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)), \qquad j = 1, 2, \ldots . \tag{11}$$

Теорема 1. *Пусть система уравнений* (11) *удовлетворяет следующим условиям:*

1) *функции*

$$p_{jjn}(t,\varepsilon) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} p_{jj}(t,\varepsilon,\theta)e^{-in\theta}d\theta, \qquad j \ge 1; \qquad n \in \mathbb{Z},$$

таковы, что:

а) $p_{jj0}(t,\varepsilon) \in \mathbb{R}, \quad \inf\limits_G \left| p_{jj0}(t,\varepsilon)\right| \ge \gamma > 0,$

б) *для каждого* $n \ne 0$ *выполнено*

$$\sup_G \left| \frac{1}{\varepsilon^m}\int_0^t D_\varphi^m\left(p_{jjn}(\tau,\varepsilon)\right)e^{in\theta(\tau,\varepsilon)}d\tau \right| \le \alpha_n, \qquad \sum_{|n|>0}\alpha_n < +\infty;$$

2) $\displaystyle\sum_{j=2}^{\infty}\sum_{k=1}^{j-1}\left\| p_{jk}(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))\right\|_{B_m} < +\infty;$

3) $\displaystyle F = \sum_{j=1}^{\infty}\left\| f_j(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon))\right\|_{B_m} < +\infty.$

Тогда система уравнений (11) *имеет единственное частное решение* $x_j^0(t,\varepsilon,\theta(t,\varepsilon)) \in B_m$, $j \ge 1$, *причем существует постоянная* K_3, *не зависящая от* f_j, *такая, что*

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left\| x_j^0(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) \right\|_{B_m} \leq K_3 F. \tag{12}$$

Доказательство. Рассмотрим диагональную систему

$$\frac{dz_j}{dt} = p_{jj}(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) z_j + f_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)), \quad j = 1, 2, \ldots . \tag{13}$$

В силу леммы 3 система (13) имеет единственное частное решение $z_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) \in B_m$, причем существует постоянная K, не зависящая от f_j, такая, что

$$\left\| z_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) \right\|_{B_m} \leq K \left\| f_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) \right\|_{B_m} \quad \forall j = 1, 2, \ldots . \tag{14}$$

Обозначим

$$P_j = \sum_{k=1}^{j-1} \left\| p_{jk}(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) \right\|_{B_m}, \quad j \geq 2.$$

В силу условия 2 теоремы существует N такое, что

$$\sum_{j=2}^{\infty} P_j = Q_N + R_N, \quad Q_N = \sum_{j=2}^{N} P_j, \quad R_N = \sum_{j=N+1}^{\infty} P_j, \quad KR_N < 1. \tag{15}$$

Рассмотрим конечную треугольную систему

$$\frac{dx_j^0}{dt} = \sum_{k=1}^{j} p_{jk}(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) x_k^0 + f_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)), \quad j = \overline{1, N}.$$

Применяя последовательно неравенство (14) к уравнениям этой системы, получаем

$$\sum_{j=1}^{N} \left\| x_j^0(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) \right\|_{B_m} \leq H_N F, \tag{16}$$

где

$$H_N = \frac{(1 + Q_N K)^N - 1}{Q_N}$$

(при $Q_N = 0: H_N = NK$).

Рассмотрим теперь уравнения системы (11) при $j \geq N + 1$:

$$\frac{dx_j^0}{dt} = \sum_{k=N+1}^{j} p_{jk}(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) x_k^0 + y_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) +$$

$$+ f_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)), \quad j = N + 1, \; N + 2, \; \ldots ,$$

где

$$y_j = \sum_{k=1}^{N} p_{jk}(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) x_k^0(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) \in B_m.$$

Очевидно, что

$$\left\| y_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) \right\|_{B_m} \leq P_j H_N F, \quad j \geq N + 1.$$

В соответствии с леммой 3 имеем

$$\left\| x_{N+1}^0(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m} \le K\left(\left\| y_{N+1}(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m} + \left\| f_{N+1}(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m} \right),$$

$$\left\| x_{N+k}^0(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m} \le$$

$$\le K\left(\left\| y_{N+k}(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m} + \left\| f_{N+k}(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m} + P_{N+k}\sum_{s=1}^{k-1} \left\| x_{N+s}^0(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m} \right),$$

$$k = 2, 3, \ldots .$$

Обозначим

$$\xi_k = \sum_{s=1}^{k} \left\| x_{N+s}^0(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m}, \qquad F_k = \sum_{s=1}^{k} \left\| f_{N+s}(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m}.$$

Тогда при $k \ge 2$

$$\xi_k \le K\left[H_N F \sum_{s=1}^{k} P_{N+s} + F_k + \left(\sum_{s=2}^{k} P_{N+s} \right) \xi_{k-1} \right] \le$$

$$\le K(H_N F R_N + F_k + R_N \xi_{k-1}).$$

В силу (15) существует

$$\lim_{k\to\infty} \xi_k = \xi = \sum_{s=N+1}^{\infty} \left\| x_s^0(t,\varepsilon,\theta) \right\|_{B_m},$$

причем

$$\xi \le \frac{H_N + KF}{1 - R_N K}.$$

Объединяя эту оценку с неравенством (16), получаем неравенство (12), в котором

$$K_3 = H_N + \frac{H_N + K}{1 - R_N K}.$$

Определим область

$$\Omega = \left\{ x_j \in B_m : \sum_{j=1}^{\infty} \left\| x_j - x_j^0 \right\|_{B_m} \le \alpha \right\},$$

где x_j^0, $j \ge 1$, — решение класса B_m системы (14).

Теорема 2. *Пусть система* (1) *такова, что:*

1) *при* $\mu = 0$ *выполнены все условия теоремы* 1;

2) *функции* X_j, $j \ge 1$, *подчинены следующим ограничениям:*

а) $\forall\, x_k \in B_m$ $(k \ge 1)$: $X_j(t,\varepsilon,\theta,x_1,x_2,\ldots) \in B_m$, $j \ge 1$;

б) $\sup\limits_{x_k \in \Omega} \sum\limits_{j=1}^{\infty} \left\| X_j(t,\varepsilon,\theta,x_1,x_2,\ldots) \right\|_{B_m} = M(\alpha) < +\infty$;

в) *для любых* x_k, $y_k \in \Omega$, $k \ge 1$, *выполнено*

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left\| X_j(t, \varepsilon, \theta, x_1, x_2, \dots) - X_j(t, \varepsilon, \theta, y_1, y_2, \dots) \right\|_{B_m} \le L(\alpha) \sum_{k=1}^{\infty} \| x_k - y_k \|_{B_m};$$

3) *параметр* μ *удовлетворяет неравенствам*

а) $\mu K_3 M(\alpha) \le \alpha_0 < \alpha$; б) $\mu K_3 L(\alpha) < 1$.

Тогда система уравнений (1) *имеет в области* Ω *единственное частное решение* $x_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) \in B_m$, $j \ge 1$, *причем справедлива оценка*

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left\| x_j(t, \varepsilon, \theta, \mu) \right\|_{B_m} \le K_3 F + \frac{\mu K_3 M(\alpha)}{1 - \mu K_3 L(\alpha)}. \tag{17}$$

Доказательство. Решение класса B_m системы уравнений (1) ищем методом последовательных приближений, выбирая в качестве нулевого приближения $x_j^0(t, \varepsilon, \theta)$, $j \ge 0$, а последующие определяя как решения класса B_m линейных систем

$$\frac{dx_j^{r+1}}{dt} = \sum_{k=1}^{j} p_{jk}(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) x_k^{r+1} + f_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon)) +$$
$$+ \mu X_j\left(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon), x_1^r, x_2^r, \dots\right), \quad j \ge 1.$$

Методом математической индукции легко установить, что условие 3а) теоремы обеспечивает принадлежность всех x_j^r, $r \ge 0$, $j \ge 1$, области Ω. Далее,

$$\sum_{j=1}^{\infty} \left\| x_j^{r+1} - x_j^r \right\|_{B_m} \le \mu K_3 \sum_{j=1}^{\infty} \left\| X_j\left(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon), x_1^r, x_2^r, \dots\right) - \right.$$
$$\left. - X_j\left(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon), x_1^{r-1}, x_2^{r-1}, \dots\right) \right\|_{B_m} \le \mu K_3 L(\alpha) \sum_{j=1}^{\infty} \left\| x_j^r - x_j^{r-1} \right\|_{B_m}, \tag{18}$$

откуда вытекает, что условие 3б) обеспечивает сходимость последовательности $\left\{x_j^r\right\}$, $r = 0, 1, 2, \dots$, по норме $\|\cdot\|_{B_m}$ к решению $x_j(t, \varepsilon, \theta(t, \varepsilon), \mu) \in B_m$, $j \ge 1$, системы уравнений (1). Из неравенства (18) несложно получить оценку (17).

1. *Валеев К. Г., Жаутыков О. А.* Бесконечные системы дифференциальных уравнений. – Алма-Ата: Наука, 1974. – 412 с.
2. *Самойленко А. М., Теплинский Ю. В.* Счетные системы дифференциальных уравнений. – Киев: Ин-т математики НАН Украины, 1993. – 308 с.
3. *Костин А. В., Щеголев С. А.* Об одном классе решений дифференциальной системы с медленно меняющимися параметрами // Укр. мат. журн. – 1989. – **41,** № 1. – С. 101–103.
4. *Щеголев С. А.* О решениях квазилинейной дифференциальной системы с периодическими коэффициентами // Там же. – 1993. – **45,** № 8. – С. 1157–1161.
5. *Костин А. В., Юрченко М. А.* Признаки существования ограниченных решений квазилинейной счетной системы дифференциальных уравнений. – Одесса, 1990. – 25 с. – Деп. в УкрНИИНТИ, № 797 Ук-90.
6. *Костин А. В., Юрченко М. А.* Об ограниченных решениях счетной системы дифференциальных уравнений, матрица линейной части которой является блочно-диагональной. – Одесса, 1991. – 33 с. – Деп. в УкрНИИНТИ, № 816 Ук-91.
7. *Костин А. В.* К вопросу о существовании у системы обыкновенных дифференциальных уравнений ограниченных частных решений и частных решений, стремящихся к нулю при $t \to +\infty$ // Дифференц. уравнения. – 1965. – **1,** № 5. – С. 585–604.
8. *Щеголев С. А.* Исследование специального класса решений линейного уравнения с периодическими коэффициентами. – Одесса, 1991. – 18 с. – Деп. в ВИНИТИ, № 3205-В91.

Получено 22.02.96