УДК 519.21

М. М. Осипчук, канд. фіз.-мат. наук (Івано-Франк. техн. ун-т нафти і газу)

ДИФУЗІЯ З НЕРЕГУЛЯРНИМ ПЕРЕНОСОМ В ГІЛЬБЕРТОВОМУ ПРОСТОРІ

A generalized diffusion process is constructed in a separable Hilbert space. The drift of this process satisfies certain conditions of integrability with respect to a Gaussian measure. A number of properties of the process is established.

Побудовано узагальнений дифузійний процес в сепарабельному гільбертовому просторі. Перенос одержаного процесу задовольняє деяку умову інтегровності за гауссівською мірою. Доведено ряд властивостей побудованого процесу.

1. Метод рівняння збуреної дифузії. Нехай X — сепарабельний гільбертів простір зі складним добутком $(*, *)$ і нормою $|*|$, $\mathcal{B}$ — σ-алгебра борелівських множин в X, B — додатний ядерний оператор в X, $|B| < 1$, $P_0(t, x, *)$, $t > 0$, $x \in X$, — сім'я гауссівських мір на $\mathcal{B}$ з середнім x і кореляційним оператором tB, $X_+ \subset X \subset X_-$ — оснащення простору X, побудоване за оператором $B^{-1/2}$.

Припустимо, що на X задана функція $b(x)$, значеннями якої є лінійні симетричні невід'ємні оператори на X. Нехай виконуються наступні умови:

B1) $b^{1/2}(x) = B^{1/2}(I - G(x))B^{-1/2}$, де $G(x)$ — лінійний симетричний оператор із X в X_+, $x \in X$;

B2) $|G(x)|$ обмежена при всіх $x \in X$;

B3) $G(x)$ двічі неперервно диференційовна, $D^k G(x)$, $k = 1, 2$, обмежені і $D^2 G(x)$ задовольняє умову Ліпшіца;

B4) $(B^{1/2} b^{1/2}(x) B^{-1} b^{1/2}(x) B^{1/2} y, y) > ((I - B)y, y)$, $x \in X$, $y \in X$.

З результатів робіт [1, 2] випливає, що існує розв'язок стохастичного диференціального рівняння $dx(t) = b^{1/2}(x(t))\, d\omega_B(t)$, де $\omega_B(t)$ — B-вінерівський процес в X (процес з незалежними приростами, для якого при всіх $t \geq 0$, $h > 0$ $\omega_B(t + h) - \omega_B(t)$ має гауссівський розподіл з середнім 0 і кореляційним оператором hB). Крім того, цей розв'язок є марковським процесом, перехідна ймовірність $P(t, x, *)$ якого як міра на $\mathcal{B}$ еквівалентна $P_0(t, x, *)$ при всіх $t > 0$, $x \in X$, і виконується $(k = 0, 1)$

$$\left| D_x^k \rho(t, x, y) \right| \leq r t^{-k/2} \exp\left\{ \frac{\left(B^{-1/2} Q B^{-1/2}(y - x), y - x\right)}{2t} \right\}, \tag{1}$$

де

$$\rho(t, x, y) = \frac{dP(t, x, *)}{dP_0(t, x, *)}(y), \quad t > 0, \quad x \in X, \quad y \in X;$$

$$Q \in \mathcal{L}(X_-, X_+), \quad 0 < (Qz, z) < (z, z), \quad z \in X;$$

r — деяка додатна стала; D_x — оператор диференціювання відносно x.

Нехай функція $a(x)$, задана на X зі значеннями в X, така, що:

A1) $a(x) \in B^{1/2} X$ при всіх $x \in X$;

A2) існують такі сталі $\delta > 0$, $C > 0$, $\gamma > -(\delta + 1)/2$, що для всіх $x \in X$, $t > 0$

$$\int_X |B^{-1/2}a(y)|^{1+\delta}P_1(t,x,dy) \leq Ct^{\gamma},$$

де $P_1(t,x,*)$ — гауссівська міра з середнім $x \in X$ і кореляційним оператором $tB^{1/2}(I-Q)^{-1}B^{1/2}$ (зауважимо, що звуження оператора Q на X є ядерним оператором [2] і $Q<I$; тому $B^{1/2}(I-Q)^{-1}B^{1/2}$ — додатний ядерний оператор).

За допомогою методу послідовних наближень можна довести, що існує розв'язок $V(t,x,\varphi)$ інтегрального рівняння

$$V(t,x,\varphi) = V_0(t,x,\varphi) + \int_0^t d\tau \int_X V(t-\tau,y,\varphi)|B^{-1/2}a(y)|D_{e(x)}P(\tau,x,dy), \quad (2)$$

де

$$V_0(t,x,\varphi) = \int_X \varphi(y)D_{e(x)}P(t,x,dy), \quad \varphi:\ X\to\mathbb{R},$$

— обмежена вимірна функція, $e(x) = a(x)/|B^{-1/2}a(x)|$ при таких x, що $|B^{-1/2}a(x)|>0$ (в іншому випадку $e(x)$ визначається довільно з умови $a(x)\in$ $\in B^{1/2}X$ при всіх $x\in X$ і $|B^{-1/2}e(x)|=1$); $D_{e(x)}$ — оператор диференціювання за напрямом $e(x)$. Крім того, цей розв'язок єдиний у класі функцій, що задовольняють нерівність $(x\in X, t\in(0,T])$

$$|V(t,x,\varphi)| \leq K_T t^{-1/2}, \quad (3)$$

де K_T — деяка додатна стала така, що $K_T<\infty$ при $T<\infty$.

Визначимо однопараметричну сім'ю операторів $\{\tilde{T}_t, t>0\}$, заданих на обмежених вимірних функціях $\varphi:\ X\to\mathbb{R}$:

$$\tilde{T}_t\varphi(x) = T_t\varphi(x) + \int_0^t d\tau \int_X V(t-\tau,y,\varphi)|B^{-1/2}a(y)|P(\tau,x,dy), \quad (4)$$

де

$$T_t\varphi(x) = \int_X \varphi(y)P(\tau,x,dy).$$

Інтеграл в правій частині (4) існує, оскільки, враховуючи (1) і (3), можна одержати, що при $0<t\leq T$, $x\in X$

$$\int_0^t d\tau \int_X V(t-\tau,y,\varphi)|B^{-1/2}a(y)|P(\tau,x,dy) \leq \mathrm{const}_T t^{\beta},\ \beta = \frac{1}{2}+\frac{\gamma}{1+\delta} > 0,$$

при всіх $T<+\infty$.

Безпосереднє обчислення дозволяє довести, що для довільних $t\geq 0$, $s\geq 0$ $\tilde{T}_s\tilde{T}_t = \tilde{T}_{s+t}$.

Лема 1. *Нехай для послідовності функцій $a_k(x)$ виконуються умови* A1 *і* A2 *рівномірно відносно k і*

$$\int_X |B^{-1/2}a(y)-B^{-1/2}a_k(y)|^{1+\delta}P_1(t,x,dy)\to 0,$$

$k\to+\infty$ *при всіх $t>0$, $x\in X$. Тоді*

$$\lim_{k\to+\infty}\tilde{T}_t^k\varphi(x) = \tilde{T}_t\varphi(x)$$

при всіх $x \in X$, $t > 0$, $\tilde{T}_t^k$ *і* $\tilde{T}_t$ *— оператори, побудовані за функціями* a_k *і* a *відповідно.*

Доведення. Виберемо $e_k(x)$ і $e(x)$ такими, щоб $B^{-1/2}a_k(x) \to B^{-1/2}a(x)$, $k \to +\infty$, за всіма мірами $P_1(t, c, *)$; $t > 0$, $c \in X$. Розглянемо $V^k(t, x, \varphi)$ і $V(t, x, \varphi)$ — розв'язки рівнянь (2) з функціями a_k і a відповідно. Легко бачити, що функція $W^k(t, x, \varphi) = V^k(t, x, \varphi) - V(t, x, \varphi)$ є розв'язком рівняння

$$W^k(t, x, \varphi) = r_k(t, x, \varphi) + \int_0^t d\tau \int_X W^k(t-\tau, y, \varphi) |B^{-1/2}a(y)| D_{e(x)} P(\tau, x, dy)$$

і $r_k(t, x, \varphi) \to 0$, $k \to +\infty$, при $t > 0$ за всіма мірами $P_1(u, c, *)$, $u > 0$, $c \in X$. Оскільки $W^k(t, x, \varphi)$ і $r_k(t, x, \varphi)$ задовольняють (3) рівномірно відносно k і виконується (1), то $W^k(t, x, \varphi) \to 0$, $k \to +\infty$, при $t > 0$ за всіма мірами $P_1(u, c, *)$, $u > 0$, $c \in X$ відносно x.

Таким чином, оскільки при $x \in X$, $0 < t \le T$

$$\left|\tilde{T}_t^k \varphi(x) - \tilde{T}_t \varphi(x)\right| \le$$

$$\le \text{const}_T \int_0^t (t-\tau)^{-1/2} d\tau \left(\int_X \left|B^{-1/2}a_k(y) - B^{-1/2}a(y)\right|^{1+\delta} P_1(\tau, x, dy) \right)^{1/(1+\delta_+)} +$$

$$+ \text{const} \int_0^t d\tau \int_X |W^k(t-\tau, y, \varphi)| |B^{-1/2}a(y)| P_1(\tau, x, dy),$$

то, використовуючи теорему Лебега, закінчуємо доведення леми.

Лема 2. *Нехай* $\tilde{T}_t$, $t > 0$, *— оператори, побудовані за функцією* $a(x)$, $\{\varphi_k,\ k \ge 1\}$ *— послідовність обмежених вимірних функцій з* X *в* R *така, що*

$$\sup_{k, x} |\varphi_k(x)| < +\infty, \quad \varphi_k(x) \to \varphi(x), \quad k \to +\infty,$$

при $x \in X$. *Тоді*

$$\lim_{k \to +\infty} \tilde{T}_t \varphi_k(x) = \tilde{T}_t \varphi(x), \quad t > 0, \quad x \in X.$$

Доведення. За умов леми, скориставшись методом послідовних наближень, можна одержати, що $V(t, x, \varphi_k) \to V(t, x, \varphi)$, $k \to +\infty$, при всіх $t > 0$, $x \in X$. А оскільки для $V(t, x, \varphi_k)$ рівномірно відносно k виконується нерівність (3), то з теореми Лебега випливає твердження леми.

Наближатимемо тепер функцію $a(x)$ у розумінні умов леми 1. Спочатку наблизимо обмеженими функціями. А саме: нехай $a_n(x) = a(x)$ при $|B^{-1/2}a(x)| < n$ і $a_n(x) = 0$ в іншому випадку. Далі одержані функції (нехай це функція $a(x)$) наблизимо функціями $a_m(x) = P_m a(P_m x)$, $x \in X$, де P_m — проектор на підпростір X_m, визначений першими m власними векторами оператора B. І нарешті такі функції (нехай це функція $a(x)$) можна наблизити функціями $a_k \in C_0^\infty(X_m)$. Умови леми 1, як легко бачити кожного разу, виконуються. Отже, функцію $a(x)$ можна наблизити у розумінні умов леми 1 функціями $a_n \in C_0^\infty(X_n)$.

Так само обмежену вимірну невід'ємну функцію $\varphi: X \to R$ наблизимо у розумінні умов леми 2 невід'ємними функціями $\varphi_n \in C_0^\infty(X_n, R)$.

Відомо, що $u_n(t,x)=\tilde{T}_t^n\varphi_n(x)\geq 0$ при $x\in X_n$, $t\geq 0$, де $\tilde{T}_t^n$ — оператор, побудований за функцією a_n для всіх $n\geq 1$. Тому за лемами 1, 2 $u(t,x)=\tilde{T}_t\varphi(x)\geq 0$ при всіх $x\in X$, $t\geq 0$. Звідси одержуємо, що сім'я операторів $\tilde{T}_t$ визначає марковський процес в X з перехідною ймовірністю $\tilde{P}(t,x,\Gamma)$, $t\geq 0$, $x\in X$, $\Gamma\in\mathcal{B}$, причому

$$\tilde{T}_t\varphi(x) = \int\limits_X \varphi(y)\tilde{P}(t,x,dy) \tag{5}$$

(вважатимемо, що ця рівність виконується для всіх φ, для яких (2) має єдиний розв'зок і інтеграли в (4) збігаються).

Розглянемо тепер $\varphi_0(x)=|x-x_0|^4$, $x_0\in X$, $x\in X$, і $V(t,x,\varphi_0)$ — розв'язок відповідного рівняння (2). Метод послідовних наближень дозволяє одержати нерівність $(0<t\leq T,\ x\in X)$

$$\int\limits_X |y-x_0|^4\tilde{P}(t,x_0,dy) \leq \mathrm{const}_T t^2, \tag{6}$$

а це означає, що побудований марковський процес неперервний з імовірністю 1.

Таким чином, доведено наступну теорему.

Теорема 1. *Нехай функція $a(x)$, $x\in X$, зі значеннями в X задовольняє умови* A1 *і* A2, *а функція $b(x)$, $x\in X$, значеннями якої є лінійні додатні симетричні оператори в X, задовольняє умови* B1–B4.

Тоді в X існує неперервний марковський процес з перехідною ймовірністю $\tilde{P}(t,x,\Gamma)$ такий, що для довільної вимірної обмеженої функції $\varphi(x)$, $x\in X$, з дійсними значеннями функція

$$u(t,x,\varphi) = \int\limits_X \varphi(y)\tilde{P}(t,x,dy)$$

є розв'язком рівняння

$$u(t,x,\varphi) = \int\limits_X \varphi(y)P(t,x,dy) +$$

$$+\int\limits_0^t d\tau\int\limits_X (D_{e(y)}u(t-\tau,y,\varphi))\,|B^{-1/2}a(y)|\,P(\tau,x,dy)$$

(рівняння збуреної дифузії — аналог оберненого рівняння Колмогорова) і $|D_{e(x)}u(t,x,\varphi)|\leq K\|\varphi\|t^{-1/2}$, де K — стала,

$$\|\varphi\| = \sup_x|\varphi(x)|,\qquad e(x) = \frac{a(x)}{|B^{-1/2}a(x)|}.$$

2. Узагальнений дифузійний процес. Якщо функції $f(t,x)$, $a(x)$, $\varphi(x)$ мають рівномірно обмежені неперервні похідні a', a'', φ', φ'', f'_x, f''_{xx}, то єдиним рівномірно обмеженим і неперервним разом зі своїми похідними розв'язком задачі [2]

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{2}\mathrm{Sp}\left(B^{1/2}b^{1/2}(x)u''_{xx}b^{1/2}B^{1/2}\right) + (a(x),u'_x) + f(t,x),$$

$$(t,x)\in(0,T]\times X,\qquad \lim_{t\downarrow 0}u(t,x) = \varphi(x),\quad x\in X,$$

є функція

$$u(t,x) = \int\limits_X \varphi(y)\tilde{P}(t,x,dy) + \int\limits_0^t d\tau\int\limits_X f(t-\tau,x)\tilde{P}(\tau,x,dy),$$

де міра $\tilde{P}(t, x, \Gamma)$ визначена в теоремі 1 за функцією $a(x)$.

Безпосереднім наслідком цього і теореми єдиності є рівності: при $t \in (0, T]$, $x \in X$, $z \in X$

$$\int_X (y-x, z)\tilde{P}(t, x, dy) = \int_0^t d\tau \int_X (a(y), z)\tilde{P}(\tau, x, dy), \tag{7}$$

$$\int_X (y-x, z)^2 \tilde{P}(t, x, dy) = \int_0^t d\tau \int_X (b^{1/2}(y)Bb^{1/2}(y)z, z)\tilde{P}(\tau, x, dy) + $$
$$+ 2\int_0^t d\tau \int_X (a(y), z)(y-x, z)\tilde{P}(\tau, x, dy). \tag{8}$$

Розглянемо при фіксованому $z \in X$ функції $\varphi_1(x) = (x, z)$ і $\varphi_2(x) = (x, z)^2$ та позначимо через $V_1(t, x)$ і $V_2(t, x)$ розв'язки рівняння (2) з функціями φ_1 і φ_2 відповідно. Використовуючи метод послідовних наближень при розв'язуванні рівнянь типу (2), можна одержати, що при $t \in (0, T]$, $x \in X$

$$V_1(t, x) = \frac{(a(x), z)}{\left|B^{-1/2}a(x)\right|} + \tilde{V}_1(t, x), \tag{9}$$

$$V_2(t, x) = \int_0^t d\tau \int_X (b^{1/2}(y)Bb^{1/2}(y)z, z)D_{e(x)}P(\tau, x, dy) + $$
$$+ 2(x, z)\frac{(a(x), z)}{\left|B^{-1/2}a(x)\right|} + \tilde{V}_2(t, x), \tag{10}$$

$$\left|\tilde{V}_1(t, x)\right| \le \mathrm{const}_T t^{1/2+\gamma/(1+\delta)}, \tag{11}$$

$$\left|\tilde{V}_2(t, x)\right| \le \mathrm{const}_T t^{1/2+\gamma/(1+\delta)}(t^{1/2} + |x|). \tag{12}$$

Нехай ψ — дійсна неперервна фінітна функція, задана на X. Розглянемо функції

$$\alpha_t(\psi) = \frac{1}{t}\int_X \psi(x)\int_X (y-x, z)\tilde{P}(t, x, dy)\mu(dx),$$

$$\beta_t(\psi) = \frac{1}{t}\int_X \psi(x)\int_X (y-x, z)^2\tilde{P}(t, x, dy)\mu(dx),$$

де μ — гауссівська міра з середнім 0 і кореляційним оператором $B^{1/2}(I-$ $-Q)^{-1}B^{1/2}$. Враховуючи співвідношення (4), (5), (7)–(10), одержуємо

$$\alpha_t(\psi) = \frac{1}{t}\int_X \psi(x)\int_0^t d\tau \int_X (a(y), z)P(\tau, x, dy)\mu(dx) + $$
$$+ \frac{1}{t}\int_X \psi(x)\int_0^t d\tau \int_X \tilde{V}_1(t-\tau, y)\left|B^{-1/2}a(y)\right|P(\tau, x, dy)\mu(dx),$$

$$\beta_t(\psi) = \frac{1}{t}\int_X \psi(x)\int_0^t d\tau \int_X (b^{1/2}(y)Bb^{1/2}(y)z, z)P(\tau, x, dy)\mu(dx) + $$

$$+\frac{2}{t}\int_X \psi(x)\int_0^t d\tau\int_X (a(y),z)(y-x,z)P(\tau,x,dy)\mu(dx)+$$

$$+\frac{1}{t}\int_X \psi(x)\int_0^t d\tau\int_X \int_0^{t-\tau} du\int_X (b^{1/2}(\xi)Bb^{1/2}(\xi)z,z)D_{e(y)}P(u,y,d\xi)\times$$

$$\times|B^{-1/2}a(y)|P(\tau,x,dy)\mu(dx)+$$

$$+\frac{1}{t}\int_X \psi(x)\int_0^t d\tau\int_X \tilde{V}_2(t-\tau,y)\,|B^{-1/2}a(y)|P(\tau,x,dy)\mu(dx)-$$

$$-\frac{2}{t}\int_X \psi(x)(x,z)\int_0^t d\tau\int_X \tilde{V}_1(t-\tau,y)\,|B^{-1/2}a(y)|P(\tau,x,dy)\mu(dx)$$

(при $a(x)\equiv 0$ міри $\tilde{P}(t,x,*)$ та $P(t,x,*)$ співпадають). Оцінки (11), (12) дозволяють довести, що

$$\lim_{t\downarrow 0}\alpha_t(\psi)=\lim_{t\downarrow 0}\frac{1}{t}\int_X \psi(x)\int_0^t d\tau\int_X (a(y),z)P(\tau,x,dy)\mu(dx)=$$

$$=\int_X \psi(x)(a(x),z)\mu(dx),$$

$$\lim_{t\downarrow 0}\beta_t(\psi)=\lim_{t\downarrow 0}\frac{1}{t}\int_X \psi(x)\int_0^t d\tau\int_X (b^{1/2}(y)Bb^{1/2}(y)z,z)P(\tau,x,dy)\mu(dx)=$$

$$=\int_X \psi(x)(b^{1/2}(x)Bb^{1/2}(x)z,z)\mu(dx).$$

Означення. *Неперервний марковський процес з імовірністю переходу $P(t,x,\Gamma)$ в сепарабельному гільбертовому просторі $(X,\mathcal{B})$ будемо називати узагальненим дифузійним процесом, якщо існує множина M мір на $\mathcal{B}$, які розрізняють неперервні функції, і X-значний функціонал A та операторнозначний функціонал B на M такі, що*

$$\lim_{t\downarrow 0}\int_X \frac{1}{t}\int_X (y-x,z)P(t,x,dy)\mu(dx)=(A(\mu),z)$$

та

$$\lim_{t\downarrow 0}\int_X \frac{1}{t}\int_X (y-x,z)^2P(t,x,dy)\mu(dx)=(B(\mu)z,z)$$

за будь-яких $\mu\in M$, $z\in X$.

Отже, доведене наступне твердження.

Теорема 2. *Нехай виконуються умови теореми 1. Тоді процес, побудований в теоремі 1, є узагальненим дифузійним процесом з вектором переносу A і оператором дифузії B такими, що для довільних $z\in X$, $\Psi\in M$*

$$(A(\Psi),z)=\int_X (a(x),z)\Psi(dx),$$

$$(B(\Psi)z,z)=\int_X (b^{1/2}(x)Bb^{1/2}(x)z,z)\Psi(dx),$$

де M — множина мір вигляду $\Psi(dx)=\psi(x)\mu(dx)$, μ — гауссівська міра з середнім 0 і кореляційним оператором $B^{1/2}(I-Q)^{-1}B^{1/2}$, $\psi\in C_0(X,R)$.

3. Розв'язок стохастичного диференціального рівняння. Враховуючи (9)–(12), за допомогою леми 1 одержимо, що рівності (7), (8) виконуються і для функції $a(x)$, яка задовольняє умови A1, A2.

Розглянемо простір Ω неперервних функцій $\omega(t)$, заданих на $(0,+\infty]$ зі значеннями в X і σ-алгебру $\mathcal{M}^t$ підмножин Ω, породжену множинами вигляду $\{\omega(\tau)\in\Gamma\}$, де $\tau\in[0,t]$, $\Gamma\in\mathcal{B}$. Покладемо $x(t)=x(t,\omega)=\omega(t)$ і для кожного $x\in X$ визначимо на просторі $(\Omega,\mathcal{M})$, $\mathcal{M}=\mathcal{M}^{+\infty}$, ймовірнісну міру $\tilde{P}_x$ при заданому

$$\tilde{P}_x(C_{t_1\ldots t_n}(\Gamma_1,\ldots,\Gamma_n)) =$$
$$= \int\limits_{\Gamma_1}\tilde{P}(t_1,x,dy_1)\int\limits_{\Gamma_2}\tilde{P}(t_2-t_1,y_1,dy_2)\ldots\int\limits_{\Gamma_n}\tilde{P}(t_n-t_{n-1},y_{n-1},dy_n),$$

де $C_{t_1\ldots t_n}(\Gamma_1,\ldots,\Gamma_n)=\{x(t_1)\in\Gamma_1,\ldots,x(t_n)\in\Gamma_n\}$, $\Gamma_k\in\mathcal{B}$. Нерівність (6) дозволяє продовжити міру $\tilde{P}_x$ на всю $\mathcal{M}$. Тоді $\tilde{P}_x(x(0)=x)=1$ і $(x(t),\mathcal{M}^t,\tilde{P}_x)$ — однорідний марковський процес.

Співвідношення (7) і (8) дозволяють довести, що процес

$$\xi(t) = x(t)-x(0)-\int\limits_0^t a(x(\tau))\,d\tau,\quad t\in[0,+\infty],$$

де інтеграл розуміється в сенсі Бохнера, є квадратично інтегровним мартингалом відносно $(\mathcal{M}^t,\tilde{P}_x)$ з характеристикою $\int_0^t b^{1/2}(x(\tau))Bb^{1/2}(x(\tau))\,d\tau$.

Звідси випливає існування такого B-вінерівського процесу $\omega_B(t)$, $t\ge 0$, що $\omega(0)=0$, і при всіх $t\ge 0$

$$x(t) = x(0)+\int\limits_0^t a(x(\tau))\,d\tau+\int\limits_0^t b^{1/2}(x(\tau))\,d\omega_B(\tau)$$

майже напевно за мірою $\tilde{P}_x$. Отже, доведена наступна теорема.

Теорема 3. *Нехай виконуються умови теореми 1. Тоді процес, побудований в теоремі 1, є слабким розв'язком стохастичного диференціального рівняння $dx(t)=a(x(t))\,dt+b^{1/2}(x(t))\,d\omega_B(t)$, де $\omega_B(t)$ — B-вінерівський процес в X.*

Аналогічно тому, як це зроблено в [3], можна довести таке твердження.

Теорема 4. *Нехай виконуються умови теореми 1. Тоді звуження мір P_x і $\tilde{P}_x$ на σ-алгебри $\mathcal{M}^t$ еквівалентні при довільному $T<+\infty$ (міра P_x визначається за перехідною ймовірністю $P(t,x,\Gamma)$ так само, як була визначена міра $\tilde{P}_x$ за $\tilde{P}(t,x,\Gamma)$).*

1. *Бондаренко В. Г.* Об абсолютной непрерывности переходных вероятностей диффузионных процессов в гильбертовом пространстве // Докл. АН СССР. – 1973. – **208**, № 3. – С. 509–511.
2. *Далецкий Ю. Л.* Бесконечномерные эллиптические операторы и связанные с ними параболические уравнения // Успехи мат. наук. – 1967. – **22**, № 4. – С. 3–54.
3. *Портенко Н. И.* Обобщенные диффузионные процессы. – Киев.: Наук. думка, 1982. – 208 с.

Получено 03.05.94