

О математических статьях во втором издании БСЭ

В марте—апреле 1953 г. на трех заседаниях Ученого совета Института математики АН УССР происходило обсуждение математических статей, помещенных в первых 15 томах второго издания Большой Советской Энциклопедии. На заседаниях Ученого Совета, кроме сотрудников института, присутствовали представители многих научных и учебных учреждений Киева (Госуниверситета, Педагогического института, Политехнического института и др.).

* *
*

Первое заседание (17 марта) было посвящено методологическим и историческим вопросам; с основными докладами выступили действительный член АН УССР Б. В. Гнеденко и член-корреспондент АН УССР Е. Я. Ремез.

Б. В. Гнеденко указал, что издание БСЭ, предпринятое по специальному решению партии и советского правительства, представляет собой важнейшее мероприятие, так как дает в руки советским людям не только возможность познакомиться со значением того или иного слова, получить фактические первичные знания по тем или иным вопросам, но при этом получить и их правильное, материалистическое толкование. Вот почему важно, пока издание еще не завершено, тщательно обсудить важнейшие в принципиальном, методологическом отношении статьи.

Далее, Б. В. Гнеденко остановился на рассмотрении трех статей: „Аксиома“, „Бесконечность (в математике)“ и „Геометрия“. Он отметил, что в этих статьях, в особенности в последней из них, имеется достаточно полное и четкое изложение вопроса с позиций диалектического материализма.

Так, в статье „Аксиома“ дана критика с позиций диалектического материализма положения, согласно которому аксиомы не нуждаются в доказательстве в силу их очевидности, выпукло говорится о вкладе Н. И. Лобачевского, подчеркивается важнейший факт: опытным путем может быть установлена лишь приближенная, а не абсолютно точная применимость той или иной геометрии к действительным пространственным отношениям в соответствии с ленинским учением об абсолютной и относительной истине.

В разделе „Аксиоматический метод в математике вообще“ дается критика формализма, отрицающего за математическими теориями право на реальное, предметное содержание.

В статье „Бесконечность (в математике)“ исходным положением является утверждение Ф. Энгельса: „Математическое бесконечное заимствовано из действительности, хотя и бессознательным образом, и поэтому оно может быть объяснено только из действительности, а не из самого себя, не из математической абстракции“. Статья правильно отмечает ряд логических трудностей, связанных с понятием бесконечного множества объектов.

В статье „Геометрия“ ставятся и решаются вопросы принципиального, философского характера. В начале статьи дано марксистское определение геометрии. Автор статьи правильно характеризует значение переворота в геометрии, произведенного Н. И. Лобачевским.

Вообще статью А. Д. Александрова „Геометрия“ по ее философской целеустремленности и богатству фактического материала можно признать одной из лучших математических статей во втором издании БСЭ.

В своем докладе Б. В. Гнеденко отметил один общий факт, свойственный всем томам энциклопедии: биографические очерки, посвященные крупнейшим математикам, написаны весьма лаконично и, как правило, ограничиваются лишь самыми скупыми сведениями биографического характера (например, очерк о Бореле).

Подробный анализ статей „Аксиома“, „Дифференциал“, „Дифференциальное исчисление“, „Бесконечно малые“, „Бесконечность (в математике)“, „Величина“, „Алгоритм“, „Арифметика“ дал в своем докладе член-корреспондент АН УССР Е. Я. Ремез. Он указал, что особая значительность и особая ответственность роли БСЭ и, тем более, второго ее издания, относящегося к периоду начавшегося осуществления развернутой программы перехода от социализма к коммунизму, обуславливают необходимость привлечения возможно более широких кругов советской общественности к активному обсуждению наиболее важных статей энциклопедии с точки зрения их соответствия передовым достижениям науки, с точки зрения правильной постановки в них пропаганды великого, всепобеждающего учения Маркса—Энгельса—Ленина—Сталина, с точки зрения правильно понимаемой общедоступности и доходчивости изложения, его научной, методологической и стилистической четкости. Е. Я. Ремез анализ статей начал со статьи „Аксиома“. По его мнению, эта статья написана в целом блестяще, ее уровень значительно превосходит уровень одноименной статьи в первом издании энциклопедии. Из недостатков этой статьи Е. Я. Ремез отметил следующие: слишком скупо сказано о непротиворечивости аксиом, недостаточно освещение действительной методологической роли аксиом в историческом развитии того или другого раздела математической науки, слишком бегло излагается критика идеалистических концепций.

Перейдя к рассмотрению статьи „Дифференциал“, Е. Я. Ремез отметил, что эта статья в немногословном изложении дает весьма четкую трактовку всех основных принципиальных вопросов, относящихся к понятию дифференциала; следовало бы только, может быть, дать здесь некоторые указания относительно характера практических приложений понятия дифференциала. Далее, Е. Я. Ремез указал на некоторые мелкие погрешности изложения в этой статье (например, определение слабого дифференциала на основании односторонней производной).

Далее, Е. Я. Ремез перешел к рассмотрению статьи „Дифференциальное исчисление“. Он отметил как один из недостатков статьи то, что ее первая часть, до заключительного исторического очерка, написана в стиле справочника по математике, — может быть, лишь с немного более подробным выяснением некоторых принципиальных моментов. Исторический очерк в общем является интересным и содержательным, хотя в нем имеются и некоторые упущения; в частности, не отражена роль М. В. Остроградского в разработке теории условного экстремума и, в особенности, теории иррациональных чисел.

Относительно статьи „Бесконечно малые“ докладчик указал, что статья начинается с обычного, ныне принятого определения бесконечно малой величины и классификации бесконечно малых и заканчивается более содержательным историческим очерком развития учения о бесконечно малых. Он отметил несколько упущений в статье. Так, говоря об историческом развитии концепции предела, следовало бы отметить ведущую роль отечественных математических школ (одесской, московской) в разработке наиболее совершенных по своему логическому оформлению современных концепций предела и интеграла. Эта статья, как и статья о дифференциальном исчислении, не содержит указаний дидактического характера (относящихся к методологии построения курсов анализа в вузах, в техникумах), в то время как статьи по арифметике, алгебре, геометрии содержат соответствующие педагогические разделы. Это тем более было бы желательно, что в области дидактических вопросов замечаются известный разброд и некоторые методологические шатания, проявляющиеся в своеобразных тенденциях ничем не обоснованного изгнания даже из элементарного курса математического анализа таких основных рабочих понятий, как понятие переменной величины и бесконечно малой — понятий, с которыми на протяже-

нии столетий оперировал классический математический анализ и которые в действительности допускают вполне безупречное обоснование и в современном смысле.

Рассматривая статью „Бесконечность (в математике)“, Е. Я. Ремез отметил, что в этой статье слишком много внимания уделено рассмотрению различных несобственных элементов, при введении которых лишь формальным образом оперируют с символом и наименованием бесконечности. В то же время в статье недостаточно внимания уделено вопросам, связанным с выяснением понятий потенциальной и актуальной бесконечности, которое могло бы представить интерес для многих читателей.

Перейдя к рассмотрению статьи „Величина“, докладчик отметил, что изложение этой статьи в смысле ее фактического содержания не вызывает каких-либо возражений, следовало бы, однако, сказать о работах отечественных математиков в области аксиоматизации понятия величины. Этими работами было реализовано одно замечательное программное высказывание Энгельса по данному вопросу (Ф. Энгельс, Диалектика природы, Госполитиздат, 1948, стр. 207).

Относительно статьи „Алгоритм“ Е. Я. Ремез заметил, что основное определение алгоритма не совсем удачно, так как в нем не слишком подчеркнута требование конечности числа шагов. Кроме того, можно говорить и об определенных системах рассуждений (например, диагональный алгоритм), в то время как в определении говорится только о вычислительных алгоритмах.

Некоторые замечания докладчик высказал и в отношении статьи „Арифметика“. Например, в дидактическом разделе статьи имеются такие условные и спорные рекомендации, как совет писать дробный множитель на первом месте, что якобы облегчит усвоение понимания смысла умножения на дробь. С другой стороны, автор статьи, касаясь решения задач по арифметике, оставил в тени вопрос об их политико-воспитательном значении.

После основных докладов в прениях выступило пять человек.

Замечания кандидата педагогических наук В. В. Котека в основном касались статьи „Арифметика“. Он отметил, что в статье не отражена исключительная роль десятичной системы счисления, ее происхождение от первой счетной машины — руки человека. Кроме того, в этой статье приоритет введения десятичных дробей приписывается голландцу Стевину, в то время как он на самом деле принадлежит отечественному ученому Гаясэддину Джемшиду.

Кандидат физико-математических наук К. А. Бреус остановился на статье „Дифференциальное исчисление“. Он отметил, что первая часть статьи написана в стиле справочника, указал на то, что приведение всех правил дифференцирования излишне, более целесообразно дать глубокое освещение основных понятий дифференциального исчисления.

Кандидат физико-математических наук Е. Л. Рвачева остановилась на статьях „Вероятность“ и „Больших чисел закон“. Она отметила, что первая статья написана на гораздо более высоком уровне, чем аналогичная статья в первом издании БСЭ. Во второй статье не мешало бы отметить, что закон больших чисел определяет успех приложения теории вероятностей к естествознанию, технике.

Кандидат физико-математических наук И. Б. Погребьеский отметил, что во всех математических статьях БСЭ не видно единого подхода к освещению вопросов, неясно, что положено в основу излагаемого материала; некоторые статьи носят характер обзора, другие — характер справочника. Далее, И. Б. Погребьеский указал, что в статье „Аксиома“ недостаточно внимания уделено аксиоматическому методу, не разъяснено его значение, не выявлены гносеологические корни и познавательное значение аксиом.

Доктор физико-математических наук Г. Е. Шиллов также отметил, что в статье „Аксиома“ недостаточно освещена роль аксиоматического метода в истории математики. Следовало показать, что аксиоматический метод на известном этапе стал необходимым для дальнейшего развития науки, что этот метод способствовал развитию и коренному преобразованию ряда областей математики (современная алгебра, топология, теория меры, функциональный анализ, теория вероятностей, линейная алгебра).

Второе заседание (31 марта) было посвящено вопросам математического анализа. С основными докладами выступили доктор технических наук И. М. Рапопорт и кандидат физико-математических наук П. Ф. Фильчаков.

И. М. Рапопорт рассмотрел статьи „Дифференциальные уравнения“, „Вариационное исчисление“ и „Гармонический анализ“. В первой статье основное внимание авторы уделили обыкновенным уравнениям — и вопросы этой теории освещены, в общем, удачно, — а об уравнениях в частных производных сказано крайне мало и скупо: не указаны, например, типы краевых задач, ни слова нет о корректной постановке задач, не отражено современное состояние теории и пути ее развития. Из погрешностей статьи наиболее досадной является неточное определение единственности решения: „Единственность, т. е. однозначное определение интегральной кривой условием ее прохождения через заданную точку“. У уравнения $y' = 3\sqrt[3]{y^2}$, приведенного в качестве примера, единственность нарушается только в точках, лежащих на оси Ox , однако через любую точку плоскости проходит бесчисленное множество интегральных кривых (в этом определении необходимо указать, что однозначность должна иметь место в достаточно малой окрестности данной точки).

Следует также отметить, что в конце статьи перечислены фамилии математиков без указания их достижений; здесь нужно было бы также упомянуть таких ученых, как М. А. Лаврентьев, М. В. Келдыш и Н. Н. Боголюбов.

Относительно статьи „Вариационное исчисление“ И. М. Рапопорт отметил, что объем статьи использован автором нерационально. В основном статья представляет собой изложение начал вариационного исчисления в том виде, как это делается в учебниках. За счет сокращения совершенно ненужных длиннот статью можно было бы сделать значительно содержательнее. Далее, И. М. Рапопорт указал ряд погрешностей в статье; например, определение относительного экстремума чрезвычайно расплывчато, именно в этом месте следовало бы ввести понятие расстояния между кривыми, а не выносить это понятие в конец статьи.

В заключение докладчик остановился на небольшой статье „Гармонический анализ“. По его мнению, статью следовало бы расширить, так как по существу читатель не получает каких-либо сведений о таких важных разделах математического анализа, как теория тригонометрических рядов и теория преобразования Фурье.

Кандидат физико-математических наук П. Ф. Фильчаков рассмотрел статьи „Аналитические функции“ и „Гармонические функции“. Он отметил, что первая статья написана хорошим популярным языком, с соблюдением математической строгости; статья снабжена кратким историческим очерком развития теории аналитических функций. Далее, докладчик указал, что основным недостатком статьи является недостаточно полное изложение приложений теории аналитических функций. Например, читая статью, создается впечатление, что в теории конформных отображений все уже сделано, все закончено, особенно в части ее приложений, что, как известно, далеко не так. До сегодняшнего дня нет эффективных методов построения конформных отображений, и задачи часто решаются не для реальных контуров, а лишь для канонических областей, малейшее отклонение от которых создает непреодолимые трудности. В числе приложений теории аналитических функций не указана теория фильтрации, разработанная, в основном, отечественными учеными.

Говоря о статье „Гармонические функции“, П. Ф. Фильчаков отметил, что статья написана формально и сухо. Упомянутые выше недостатки первой статьи, в основном, повторяются и во второй. Например, говоря о методах решения краевых задач, автор ни слова не сказал о методе электроаналогий, которым на практике решается абсолютное большинство краевых задач.

В прениях по докладам выступило около 15 человек. Ниже будут приведены некоторые наиболее существенные высказывания.

Кандидат физико-математических наук К. В. Задирака указал, что, по его мнению, статья „Дифференциальные уравнения“ написана достаточно четко и доступно; она знакомит читателя с узловыми вопросами этой области математики. Однако в статье не приведено ни одной физической задачи, сводящейся к решению уравне-

ний в частных производных; имеются также неточности исторического характера.

Доктор физико-математических наук С. Ф. Фещенко отметил, что в статье „Асимптотические выражения“ не указаны весьма важные и плодотворные применения асимптотических методов в теории дифференциальных уравнений.

Доктор технических наук Ю. А. Митропольский, оценивая статью „Дифференциальные уравнения“, указал, что он согласен с замечаниями И. М. Рапопорта. Кроме того, в этой статье следовало бы полнее осветить работы по проблеме устойчивости и упомянуть об операционном методе.

Доктор физико-математических наук Г. Е. Шилов отметил, что основной недостаток большинства из всех рассматриваемых на этом заседании статей в их исторической части — отсутствие правильно понятого историзма. Историзм — это не просто перечисление математических открытий в хронологическом порядке. Историческая точка зрения включает в себя объяснение развития той или иной математической дисциплины, во-первых, материальными потребностями общества и, во-вторых, влиянием внутренних причин, возникающих в пределах этой дисциплины и в смежных дисциплинах в процессе развития.

Далее, Г. Е. Шилов, как и ранее выступавшие, отметил разностильность статей. Он указал, что следовало бы точнее определить целевую установку математической статьи в БСЭ. С другой стороны, он указал на необходимость создания Советской Математической Энциклопедии.

Член-корреспондент АН УССР Е. Я. Ремез и действительный член АН УССР Б. В. Гнеденко также отметили, что необходимо тщательно обсудить вопрос о характере статей БСЭ. Б. В. Гнеденко высказал мысль, что ответственные статьи нужно заказывать нескольким авторам с последующим отбором лучших; следует расширить круг авторов, не ограничиваясь привлечением их только из Москвы и Ленинграда.

На этом же заседании были зачитаны замечания доктора физико-математических наук В. А. Зморовича, который не имел возможности присутствовать на обсуждении, к статьям „Аналитические функции“, „Дифференциальное исчисление“, „Гармонические функции“, „Гармонический анализ“.

* * *

Третье заседание (7 апреля) было посвящено вопросам алгебры и геометрии. С основными докладами выступили доктор физико-математических наук Г. Е. Шилов и кандидат физико-математических наук В. П. Белоусова.

Г. Е. Шилов рассмотрел статьи „Алгебра“, „Галуа теория“ и „Векторное исчисление“. При анализе первой из этих статей докладчик отметил, что в ней авторы правильно прослеживают пути развития определения алгебры — как науки об уравнениях в древности и как науки об общих свойствах множеств с алгебраическими операциями в настоящее время. Далее, докладчик остановился на некоторых неточностях, имеющихся в большом историческом очерке, которым снабжена статья. Так, авторы упоминают Аль-Хорезми, Бируни и Улуг-Бека. По этому поводу следует заметить, что из трех перечисленных ученых только Аль-Хорезми был математиком. Вместо упоминания об энциклопедистах Бируни и Улуг-Беке, не сделавших заметного вклада в математику, было бы более уместно сказать об Гаясэддине Джемшиде, открывшем десятичную систему счисления на полтора столетия ранее голландца Стевина и формулу бинома на два столетия ранее Ньютона, о Хайяме и других среднеазиатских алгебраистах. Тезис о том, что они только „передали средневековой Европе математику греков и индусов“, умаляющий заслуги среднеазиатских математиков, докладчик считает неправильным. При характеристике развития алгебры в XVIII—XIX вв. авторы правильно указывают на крупное событие — появление „Курса алгебры“ Л. Эйлера (1767), но не упоминают о других русских авторах того времени: Муравьеве (1752), Курганове (1757), Аличкове (1781), Войтяховском (1790), Барсове (1797). За исключением „Алгебры, или вычисления конечных“ Н. И. Лобачевского (1834), русские книги по алгебре XIX века вовсе не упоминаются, а среди них имеются в высшей степени замечательные сочинения, например, книги

М. В. Остроградского и И. И. Сомова, первая из которых в своей алгебраической части много выше, чем „Алгебра“ Н. И. Лобачевского.

Третий раздел статьи „Современное состояние алгебры“ излагает принципы аксиоматического построения разделов науки. Основателями новых алгебраических направлений считаются в статье Э. Нётер и Д. А. Граве, однако, по мнению докладчика, эти математики настолько различны, что ставить их имена на одну доску было бы неправильно. Кроме того, следовало бы, кроме имен, указывать на главные достижения ученых, не ограничиваясь общими фразами — так, сведения о работах С. О. Шатуновского, Н. Г. Чеботарева и Б. Н. Делоне довольно малосодержательны. Печально, что в статье даются первоначальные определения и не дается результатов. Остается неясным, что делается сейчас в данной области науки, каковы пути ее развития и области применения.

Далее, Г. Е. Шилов остановился на статье „Галуа теория“, указав, что эта статья оставляет очень благоприятное впечатление. В этой статье описываются исторические причины, приведшие к созданию теории Галуа; кратко формулируется существо теории; указывается на ее современное развитие и важнейшие задачи. Г. Е. Шилов сказал, что стиль изложения в этой статье может служить образцом для энциклопедической статьи.

В отличие от „Галуа теории“ статья „Векторное исчисление“ оставляет читателя неудовлетворенным. Изложение дается в стиле математического справочника; да и с этой точки зрения оно грешит недостаточной логической систематичностью (например, по векторному анализу указывается 15 мало связанных между собою отдельных фактов) и неполнотой (ни слова нет об обратной задаче — восстановлении вектора по расходимости и вихрю). Почему-то вместо русского слова „расходимость“ употребляется иностранное „дивергенция“. Далее, операциям $\text{grad } u$, $\text{div } \vec{R}$, $\text{rot } \vec{R}$ дается формальное определение, и физический смысл этих понятий не расшифрован (о гидромеханическом смысле $\text{div } \vec{R}$ дается в конце статьи пояснение в одну строку, явно недостаточное). О применениях векторного анализа в математической физике не говорится ни слова.

В прениях по докладу Г. Е. Шилова выступили два человека. Кандидат физико-математических наук Ю. М. Березанский отметил, что в статье „Алгебра“ недостаточно внимания уделено связям алгебры с другими разделами математики, ее происхождению в эти разделы (например, в анализ). Им также было отмечено, что статья „Векторные пространства“ является по существу методически хорошо продуманным введением в теорию векторных пространств, но в ней не отражена история вопроса, не выясняется то значение, которое приобрела теория векторных пространств в современной математике; поэтому она мало удовлетворяет требованиям, предъявляемым к статьям в БСЭ. Статья „Группы“ производит весьма благоприятное впечатление, в ней автор не ограничивается изложением основных положений теории групп, а на ряде удачно подобранных примеров показывает, насколько глубоко проникло понятие группы в современную математику и естествознание.

С критикой статьи „Алгебраическая геометрия“ выступила кандидат физико-математических наук А. И. Мандзюк. Она указала, что вопросы алгебраической геометрии мало освещены в литературе, поэтому изложение ее основных положений является весьма полезным и необходимым. Однако в рассматриваемой статье содержится ряд неточных и неполных определений, что может привести к недоразумениям (например, определение рода кривой). Неполно и неточно определяется сам предмет алгебраической геометрии, трансцендентные методы в ней и др.

С основным докладом по геометрическим статьям в БСЭ („Геометрия“, „Выпуклое тело“, „Геометрия выпуклых тел“, „Дифференциальная геометрия“, „Аналитическая геометрия“, „Векторное исчисление“, „Алгебраическая геометрия“, „Геометрия окружностей и сфер“) выступила кандидат физико-математических наук В. П. Белоусова. Докладчик прежде всего отметила имеющийся разноречивый стиль этих статей, в задачах, которые ставили перед собой их авторы, в круге читателей, на которых рассчитаны статьи. Перейдя к детальному анализу статьи „Геометрия“, В. П. Белоусова указала на ряд положительных моментов, делающих эту статью одной из лучших математических статей во втором издании БСЭ: строгость изложения и его исто-

рический характер, связь с вопросами философии математики, достаточно полная характеристика современных направлений в геометрии, характеристика основных геометрических школ Советского Союза и работ наиболее крупных ее представителей и, наконец, связь геометрии с другими отраслями естествознания. В. П. Белоусова указала также некоторые недостатки статьи. К их числу относится недоступность изложения некоторых разделов (например, „Основания геометрии“) для широкого круга читателей, в частности, для учителей средней школы. Далее, недостаточно указана связь вопросов геометрии с современной техникой.

Остановившись на статьях „Выпуклое тело“ и „Геометрия выпуклых тел“, В. П. Белоусова отметила некоторую искусственность рассмотрения по существу одного и того же вопроса в двух различных статьях. Это приводит к тому, что основные определения содержатся в одной из статей, а выводы, основанные на этих определениях, — в другой.

Перейдя к рассмотрению статьи „Дифференциальная геометрия“, В. П. Белоусова указала на ряд положительных сторон изложения, как, например, его полнота, характеристика различных направлений в развитии дифференциальной геометрии и т. д. Однако статья в некоторой степени напоминает математический справочник. Следует отметить, что теория поверхностей изложена недостаточно полно, например, ничего не говорится о полной и средней кривизне поверхности, мало говорится о геодезических линиях и об изгибании поверхностей.

Характеризуя статью „Аналитическая геометрия“, В. П. Белоусова отметила, что ее достоинством служит исключительная популярность изложения, однако это, возможно, привело к тому, что статья содержит слишком мало фактического материала (например, почти не освещена аналитическая геометрия в пространстве).

Характеризуя статьи „Векторное исчисление“ и „Алгебраическая геометрия“, В. П. Белоусова в основном высказала мнение, совпадающее с мнениями Г. Е. Шилова и А. И. Мандзюк. В заключение В. П. Белоусова остановилась на статье „Геометрия окружностей и сфер“. Были отмечены узость вопросов, рассматриваемых в статье, отсутствие связи с другими разделами геометрии.

В прениях выступил кандидат физико-математических наук Н. П. Хоменко. Он указал на некоторые недостатки статьи „Аналитическая геометрия“, основным из которых является, по его мнению, недостаточность фактического материала. Были также отмечены некоторые методические погрешности, имеющиеся в статье.

* * *

В результате дискуссии участники обсуждения пришли к выводу, что статьи неоднородны по стилю и, видимо, авторы статей не получили точных указаний о том, какой характер должен быть у математической статьи БСЭ. Следует считать, что математическая статья в БСЭ не должна носить узко справочный характер и не должна выглядеть как глава из распространенного учебника. Математическая статья БСЭ должна давать основные понятия о предмете, отсылая за деталями к учебникам; она должна выяснять историю возникновения и развития данного предмета, связи его со смежными отделами науки, области применения; основополагающие статьи должны отображать борьбу материалистических и идеалистических воззрений в данной области математики.

Полные материалы обсуждения было решено направить в редакцию Большой Советской Энциклопедии.