УДК 519.71

В.Г. Скобелев, канд.физ.-мат.наук (Ин-т прикл. математики и механики АН Украины, Донецк)

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ АВТОМАТОВ ГРУППАМИ

Рассматривается задача представления абстрактных автоматов конечными группами. Доказана универсальность предложенного представления и исследуются его свойства.

Розглядається задача зображення абстрактних автоматів скінченними групами. Доведена універсальність запропонованого зображення та досліджуються його властивості.

Абстрактный автомат представляет собой три абстрактных конечных множества и два определенных на них абстрактных отображения. Такой объект задается таблицами, определяющими отображения, или, что эквивалентно, взвешенным мультиграфом. Поэтому основным методом решения задачи теории абстрактных автоматов является поиск ситуаций в пространстве, построенном с помощью указанных таблиц, или на графе. В то же время абстрактный автомат является конечной алгебраической системой. Детализация ее структуры позволяет "арифметизировать" вычисления, осуществляемые абстрактным автоматом. Это дает возможность, во-первых, классифицировать автоматы в зависимости от вычисляемых ими функций и, во-вторых, существенно использовать при решении задач теории автоматов аппарат современной алгебры. Именно на основе такого подхода и был выделен специальный, достаточно узкий класс автоматов — линейные последовательностные машины [1].

В настоящей статье предложен общий метод представления абстрактных автоматов конечными группами. Доказана универсальность этого представления и исследуются его свойства. Понятия и обозначения в работе такие же, как и в [2–4].

Пусть $\mathfrak{A}_{mnk}$, $m \geq 1$, $n \geq 1$, $k \geq 2$,— множество всех автоматов $A = (Q_k, X_m, Y_n, \delta_A, \lambda_A)$, имеющих фиксированные множество состояний $Q_k = \{q_1,\ldots, q_k\}$, входной $X_m = \{x_1,\ldots, x_m\}$ и выходной $Y_n = \{y_1,\ldots, y_n\}$ алфавиты (δ_A: $Q_k \times X_m \to Q_k$ и λ_A: $Q_k \times X_m \to Y_n$ — функции переходов и выходов автомата A). Запись $A = A'$ ($A, A' \in \mathfrak{A}_{mnk}$) означает, что автоматы A и A' равны друг другу как алгебраические системы, т.е. $\delta_A = \delta_{A'}$ и $\lambda_A = \lambda_{A'}$. Рассмотрим группы $\mathfrak{G}_1 = (G_1, \circ)$ и $\mathfrak{G}_2 = (G_2, *)$. Обозначим через $F_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$, $m \geq 1$, $n \geq 1$, $k \geq 2$, множество всех упорядоченных наборов $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6)$ из шести отображений, где φ_1: $Q_k \to G_1$, φ_2: $X_m \to G_1$, φ_3: $G_1 \to Q_k$, φ_4: $Q_k \to G_2$, φ_5: $X_m \to G_2$, φ_6: $G_2 \to Y_n$. Каждому набору $\Phi \in F_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$ поставим в соответствие такой автомат $B_\Phi = (q_k, X_m, Y_n, \delta_\Phi, \lambda_\Phi)$, что

$$\begin{aligned} \delta_\Phi(q, x) &= \varphi_3(\varphi_1(q) \circ \varphi_2(x)), \\ \lambda_\Phi(q, x) &= \varphi_6(\varphi_4(q) * \varphi_5(x)) \end{aligned} \tag{1}$$

для всех $q \in Q_k$ и $x \in X_m$. Положим $\mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2) = \{B_\Phi \mid \Phi \in F_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)\}$. Ясно, что для любых групп $\mathfrak{G}_1$ и $\mathfrak{G}_2$ при всех $m \geq 1, n \geq 1$ и $k \geq 2$ справедливо соотношение

$$\varnothing \neq \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2) \subseteq \mathfrak{A}_{mnk}. \tag{2}$$

Определение 1. *Представлением автомата* $A \in \mathfrak{A}_{mnk}$ *группами* $\mathfrak{G}_1$ *и* $\mathfrak{G}_2$

назовем такой упорядоченный набор отображений $\Phi_A = (\varphi_1^A, \varphi_2^A, \varphi_3^A, \varphi_4^A, \varphi_5^A, \varphi_6^A) \in F_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$, *что* $A = B_{\Phi_A}$ $(B_{\Phi_A} \in \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2))$.

Зафиксируем группы $\mathfrak{G}_1 = (G_1, \circ)$ и $\mathfrak{G}_2 = (G_2, *)$, а также значения $m \geq 1$, $n \geq 1$ и $k \geq 2$. Предположим, что для автомата $A \in \mathfrak{A}_{mnk}$ существует его представление $\Phi_A \in F_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$ группами $\mathfrak{G}_1$ и $\mathfrak{G}_2$, Так как $A = B_{\Phi_A}$, то $\delta_A = \delta_{\Phi_A}$ и $\lambda_A = \lambda_{\Phi_A}$. Из последних двух равенств и из (1) вытекает справедливость следующих утверждений:

$$(\forall q, q' \in Q_k)((\exists x \in X_m)(\delta_A(q, x) \neq \delta_A(q', x) \Rightarrow q \not\equiv q'(\ker\varphi_1^A)),$$

$$(\forall q, q' \in Q_k)((\exists x \in X_m)(\lambda_A(q, x) \neq \lambda_A(q', x) \Rightarrow q \not\equiv q'(\ker\varphi_4^A)),$$

$$(\forall q, x' \in X_m)((\exists q \in Q_k)(\delta_A(q, x) \neq \delta_A(q, x') \Rightarrow x \not\equiv x'(\ker\varphi_2^A)),$$

$$(\forall q, x' \in X_m)((\exists q \in Q_k)(\lambda_A(q, x) \neq \lambda_A(q, x') \Rightarrow x \not\equiv x'(\ker\varphi_5^A)).$$

Из этих утверждений, в частности, следует, что как число попарно различных строк, так и число попарно различных столбцов таблицы переходов (соответственно таблицы выходов) любого автомата $A \in \mathfrak{A}_{mnk}$, принадлежащего множеству $\mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$, не превышает $|G_1|$ (соответственно $|G_2|$). Следующая теорема указывает естественный способ расширения множества представлений автоматов $A \in \mathfrak{A}_{mnk}$ при фиксированных значениях параметров $m > 1$, $n \geq 1$ и $k \geq 2$.

Теорема 1. *Если группы* $\mathfrak{G}_1$, $\mathfrak{G}'_1$ *и* $\mathfrak{G}_2$, $\mathfrak{G}'_2$ *удовлетворяют условиям*

$$\mathfrak{G}_i \leq \mathfrak{G}'_i, \ i = 1, 2, \tag{3}$$

то включение

$$\mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2) \subseteq \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}'_1, \mathfrak{G}'_2) \tag{4}$$

справедливо для всех $m \geq 1, n \geq 1$ *и* $k \geq 2$.

Доказательство. Пусть группы $\mathfrak{G}_1 = (G_1, \circ)$, $\mathfrak{G}_2 = (G_2, *)$, $\mathfrak{G}'_1 = (G'_1, \circ)$ и $\mathfrak{G}'_2 = (G'_2, *)$ удовлетворяют условиям (3). Зафиксируем значения $m \geq 1$, $n \geq 1$ и $k \geq 2$. Выберем произвольный автомат $B_\Phi = (Q_k, X_m, Y_n, \delta_\Phi, \lambda_\Phi) \in \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$, где $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6) \in F_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$. Из условий (3) вытекает, что справедливы включения $G_i \subseteq G'_j$, $i = 1, 2$. Поэтому существует упорядоченный набор отображений $\Phi' = (\varphi'_1, \varphi'_2, \varphi'_3, \varphi'_4, \varphi'_5, \varphi'_6) \in F_{mnk}(\mathfrak{G}'_1, \mathfrak{G}'_2)$, удовлетворяющий следующим трем условиям:

1) $\varphi'_1(q) = \varphi_1(q)$ и $\varphi'_4(q) = \varphi_4(q)$ для всех $q \in Q_k$;

2) $\varphi'_2(x) = \varphi_2(x)$ и $\varphi'_4(x) = \varphi_4(x)$ для всех $x \in X_m$;

3) $\varphi'_3|_{G_1} = \varphi_3$ и $\varphi'_6|_{G_2} = \varphi_6$.

Рассмотрим автомат $B_{\Phi'} = (Q_k, X_m, Y_n, \delta_{\Phi'}, \lambda_{\Phi'}) \in \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}'_1, \mathfrak{G}'_2)$. В силу (1) для всех $q \in Q_k$ и $x \in X_m$

$$\delta_{\Phi'}(q, x) = \varphi'_3(\varphi'_1(q) \circ \varphi'_2(x)) = \varphi'_3(\varphi_1(q) \circ \varphi_2(x)),$$

$$\lambda_{\Phi'}(q, x) = \varphi'_6(\varphi'_4(q) * \varphi'_5(x)) = \varphi'_6(\varphi_4(q) * \varphi_5(x)).$$

А так как $\mathfrak{G}_1$ и $\mathfrak{G}_2$ — группы, то справедливы следующие утверждения:

$$\varphi_1(q), \varphi_2(x) \in G_1 \Rightarrow \varphi_1(q) \circ \varphi_2(x) \in G_1,$$

$$\varphi_4(q), \varphi_5(x) \in G_2 \Rightarrow \varphi_4(q) * \varphi_5(x) \in G_2.$$

Поэтому для всех $q \in Q_k$ и $x \in X_m$

$$\delta_{\Phi'}(q, x) = \varphi'_3|_{G_1}(\varphi_1(q) \circ \varphi_2(x)) = \varphi_3(\varphi_1(q) \circ \varphi_2(x)) = \delta_\Phi(q, x),$$

$$\lambda_{\Phi'}(q, x) = \varphi'_6|_{G_2}(\varphi_4(q) * \varphi_5(x)) = \varphi_6(\varphi_4(q) * \varphi_5(x)) = \lambda_\Phi(q, x).$$

Это означает, что $B_\Phi = B_{\Phi'}$. Итак, для каждого автомата $B_\Phi \in \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$ существует равный ему автомат $B_{\Phi'} \in \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}'_1, \mathfrak{G}'_2)$. Следовательно, включение (4) справедливо. Теорема доказана.

Следствие 1. *Пусть последовательности групп* $\left\{\mathfrak{G}_1^{(j)} \middle| j \in N\right\}$ *и* $\left\{\mathfrak{G}_2^{(j)} \middle| j \in N\right\}$ *удовлетворяют условиям*

$$\mathfrak{G}_i^{(1)} \leq \mathfrak{G}_i^{(2)} \leq \ldots \leq \mathfrak{G}_i^{(j)} \leq \ldots, \; i = 1, 2.$$

Тогда

$$\varnothing \neq \mathfrak{A}_{mnk}\left(\mathfrak{G}_1^{(1)}, \mathfrak{G}_2^{(1)}\right) \subseteq \ldots \subseteq \mathfrak{A}_{mnk}\left(\mathfrak{G}_1^{(j)}, \mathfrak{G}_2^{(j)}\right) \subseteq \ldots \subseteq \mathfrak{A}_{mnk}.$$

Справедливость следствия 1 непосредственно вытекает из (2) и (4).

Обозначим через $\mathfrak{Z} = (Z_l, +)$, $l \geq 2$, аддитивную группу вычетов по модулю l. Следующая теорема показывает, что при соответствующем выборе групп $\mathfrak{G}_1$ и $\mathfrak{G}_2$ достигается верхняя граница, устанавливаемая соотношением (2).

Теорема 2. *Пусть* $m \geq 1$, $n \geq 1$ *и* $k \geq 2$ *— фиксированные числа. Если группы* $\mathfrak{G}_1$ *и* $\mathfrak{G}_2$ *удовлетворяют условиям*

$$\mathfrak{Z}_{l_i} \leq \mathfrak{G}_i, \; i = 1, 2, \tag{5}$$

$$\min\{l_1, l_2\} \geq mk, \tag{6}$$

то справедлво равенство

$$\mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2) = \mathfrak{A}_{mnk}. \tag{7}$$

Доказательство. Покажем, что из (5) и (6) вытекает справедливость включения

$$\mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{Z}_{l_1}, \mathfrak{Z}_{l_2}) \supseteq \mathfrak{A}_{mnk}. \tag{8}$$

Выберем произвольный автомат $A = (Q_k, X_m, Y_n, \delta_A, \lambda_A) \in \mathfrak{A}_{mnk}$. В силу (6) существует такой набор $\Phi_A = (\varphi_1^A, \varphi_2^A, \varphi_3^A, \varphi_4^A, \varphi_5^A, \varphi_6^A) \in F_{mnk}(\mathfrak{Z}_{l_1}, \mathfrak{Z}_{l_2})$, что: 1) $\varphi_1^A(q_i) = \varphi_4^A(q_i) = i - 1$ для всех $i \in \{1, \ldots, k\}$; 2) $\varphi_2^A(x_j) = \varphi_5^A(x_j) = (j-1)k$ для всех $j \in \{1, \ldots, m\}$; 3) отображения $\varphi_3^A : \mathfrak{Z}_{l_1} \to Q_k$ и $\varphi_6^A : \mathfrak{Z}_{l_2} \to Y_n$ удовлетворяют условиям

$$\varphi_3^A(r) = \delta_A(q_{R_k(r)+1}, x_{\lfloor r/k \rfloor + 1}),$$

$$\varphi_6^A(r) = \lambda_A(q_{R_k(r)+1}, x_{\lfloor r/k \rfloor + 1})$$

для всех $r \in \{0, 1, \ldots, mk - 1\}$, где $R_b(a)$ — остаток от деления a на b, а $\lfloor c \rfloor$ — целая часть числа c. Рассмотрим автомат $B_{\Phi_A} = (Q_k, X_m, Y_n, \delta_{\Phi_A}, \lambda_{\Phi_A}) \in \in \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{Z}_{l_1}, \mathfrak{Z}_{l_2})$. В силу (1) для всех $q_i \in Q_k$ и $x_j \in X_m$

$$\delta_{\Phi_A}(q_i, x_j) = \varphi_3^A(\varphi_1^A(q_i) + \varphi_2^A(x_j)) = \varphi_3^A(i - 1 + (j - 1)k),$$

$$\lambda_{\Phi_A}(q_i, x_j) = \varphi_6^A(\varphi_4^A(q_i) + \varphi_5^A(x_j)) = \varphi_6^A(i - 1 + (j - 1)k).$$

Так как $i \in \{1, \ldots, k\}$, то $R_k(i - 1 + (j - 1)k) = i - 1$ и $\lfloor (i - 1 + (j - 1)k) / k \rfloor = j - 1$. Поэтому для всех $q_i \in Q_k$ и $x_j \in X_m$

$$\delta_{\Phi_A}(q_i, x_j) = \delta_A(q_{(i-1)+1}, x_{(j-1)+1}) = \delta_A(q_i, x_j),$$

$$\lambda_{\Phi_A}(q_i, x_j) = \lambda_A(q_{(i-1)+1}, x_{(j-1)+1}) = \lambda_A(q_i, x_j),$$

т.е. $A = B_{\Phi_A}$. Итак, для каждого автомата $A \in \mathfrak{A}_{mnk}$ существует такой автомат $B_{\Phi_A} \in \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{Z}_{l_1}, \mathfrak{Z}_{l_2})$, что $A = B_{\Phi_A}$. Следовательно, включение (8) справедливо. В силу теоремы 1 из (5) и (8) вытекает

$$\mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2) \supseteq \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{Z}_{l_1}, \mathfrak{Z}_{l_2}) \supseteq \mathfrak{A}_{mnk}. \qquad (9)$$

Из (2) и (9) непосредственно следует справедливость равенства (7). Теорема доказана.

Распространим функции переходов и выходов автомата $A = (Q_k, X_m, Y_n, \delta_A, \lambda_A) \in \mathfrak{A}_{mnk}$ на множество $Q_k \times X_m^*$ обычным образом в соответствии с равенствами

$$\delta_A(q, e) = q, \ \lambda_A(q, e) = e,$$

$$\delta_A(q, px) = \delta_A(\delta_A(q, p), x), \qquad (10)$$

$$\lambda_A(q, px) = \lambda_A(q, p)\lambda_A(\delta_A(q, p), x),$$

где $q \in Q_k, p \in X_m^*, x \in X_m$, а e — пустое слово.

Из (1) и (10) вытекает, что для любых групп $\mathfrak{G}_1$ и $\mathfrak{G}_2$ представление Φ_A автомата $A \in \mathfrak{A}_{mnk}$ на каждом такте осуществляет вычисления в соответствии со схемой: кодирование $\to$ групповая операция $\to$ декодирование.

При исследовании поведения автомата на множестве $Q_k \times X_m^*$ естественным является требование о том, чтобы для функции переходов кодирование осуществлялось только в начале функционирования, а декодирование — только в его конце. Выделим класс представлений, удовлетворяющих этому требованию.

Определение 2. *Представление* $\Phi_A = (\varphi_1^A, \varphi_2^A, \varphi_3^A, \varphi_4^A, \varphi_5^A, \varphi_6^A) \in \in \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$ *автомата* $A \in \mathfrak{A}_{mnk}$ *группами* $\mathfrak{G}_1$ *и* $\mathfrak{G}_2$ *назовем согласованным с функцией переходов, если*

$$\delta_{\Phi_A}(q, p) = \varphi_3(\varphi_1(q) \circ \varphi_2(p))$$

при всех $q \in Q_k$ *и* $p \in X_m^*$.

Обозначим через $F^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$ множество всех таких наборов $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6) \in F_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$, что

$$\mathrm{Val}\varphi_1 \circ \mathrm{Val}\varphi_1 = \mathrm{Val}\varphi_1, \tag{11}$$

$$(\forall q \in Q_k)(\varphi_3\varphi_1(q) = q' \Leftrightarrow q \equiv q'(\ker\varphi_1)). \tag{12}$$

Предложение 1. *Если* $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6) \in F^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$, *то* $(\varphi_1\varphi_3)|_{\mathrm{Val}\varphi_1}$ *— тождественное отображение.*

Доказательство. Предположим, что $\Phi \in F^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$. Выберем произвольное $q \in Q_k$. Пусть $\varphi_3\varphi_1(q) = q'$. Тогда $\varphi_1\varphi_3\varphi_1(q) = \varphi_1(q')$. Так как $\varphi_3\varphi_1(q) = q'$, то в силу (12) $\varphi_1(q) = \varphi_1(q')$. Следовательно, $\varphi_1\varphi_3\varphi_1(q) = \varphi_1(q)$ для всех $q \in Q_k$, т.е. $\varphi_1\varphi_3(\varphi_1(q)) = \varphi_1(q)$ для всех $\varphi_1(q) \in \mathrm{Val}\varphi_1$. А это означает, что $(\varphi_1\varphi_3)|_{\mathrm{Val}\varphi_1}$ — тождественное отображение. Предложение доказано.

Следствие 2. *Если* $\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6) \in F^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$, *то* $\varphi_3|_{\mathrm{Val}\varphi_1}$ *и* $\varphi_1|_{\mathrm{Val}\varphi_3}$ *— инъективные отображения.*

Справедливость следствия 2 непосредственно вытекает из предложения 1. Положим

$$\mathfrak{A}^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2) = \{B_\Phi \in \mathfrak{A}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2) \mid \Phi \in F^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)\}$$

Теорема 3. *Функция переходов каждого автомата* $B_\Phi \in \mathfrak{A}^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$ $(\Phi = (\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, \varphi_6) \in F^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2))$ *удовлетворяет равенству*

$$\delta_\Phi(q, p) = \varphi_3(\varphi_3(q) \circ \varphi_3(p)) \tag{13}$$

при всех $q \in Q_k$ *и* $p \in X^+_m$.

Доказательство. Рассмотрим произвольный автомат $B_\Phi \in \mathfrak{A}^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$. Доказательство осуществим индукцией по длине входного слова.

Пусть $p \in X^+$ и $|p| = 1$. Тогда $p \in X_m$ и равенство (13) справедливо в силу (1).

Предположим, что (13) справедливо для всех $q \in Q_k$ и всех таких $p \in X^+_m$, что $|p| \le l$, $l \ge 1$.

Пусть $p \in X^+_m$ и $|p| = l + 1$. Тогда $p = p'x$, где $|p'| = l$ и $x \in X_m$. Следовательно, $\delta_\Phi(q, p) = \delta_\Phi(q, p'x) = \delta_\Phi(\delta_\Phi(q, p'), x) = \varphi_3(\varphi_1(\delta_\Phi(q, p')) \circ \varphi_2(x))$ для всех $q \in Q_k$. В силу предположения индукции $\delta_\Phi(q, p') = \varphi_3(\varphi_1(q) \circ \varphi_2(p'))$. Поэтому $\delta_\Phi(q, p) = \varphi_3(\varphi_1\varphi_3(\varphi_1(q) \circ \varphi_2(p')) \circ \varphi_2(x))$ для всех $q \in Q_k$. Так как $B_\Phi \in \mathfrak{A}^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$, то $\Phi \in F^{(0)}_{mnk}(\mathfrak{G}_1, \mathfrak{G}_2)$ и в соответствии с предположением 1 $(\varphi_1\varphi_3)|_{\mathrm{Val}\varphi_1}$ — тождественное отображение. Отсюда вытекает, что $\delta_\Phi(q, p) = \varphi_3((\varphi_1(q) \circ \varphi_2(p')) \circ \varphi_2(x)) = \varphi_3(\varphi_1(q) \circ (\varphi_2(p') \circ \varphi_2(x))) = \varphi_3(\varphi_1(q) \circ \varphi_2(p))$ для всех $q \in Q_k$, что и требовалось доказать. Теорема доказана.

1. *Гилл А.* Линейные последовательностные машины.–М.: Наука, 1974,–287с.
2. *Каргаполов М. И., Мерзляков Ю. И.* Основы теории групп.–М.: –М.: Наука,1977. – 239с.
3 *Мальцев А. И.* Алгебраическе системы.–М.: Наука, 1970. – 392с.
4. *Трахтенброт Б. А., Барздинь Я. М.* Конечные автоматы (Поведение и синтез). –М.: Наука, 1970. – 400 с.

Получено 01.04.92