УДК 517.54

Определение неизвестных параметров при конформном отображении верхней полуплоскости на произвольный круговой четырехугольник

Л. М. Непритворенная

При отображении верхней полуплоскости $\operatorname{Im} z \geqslant 0$ на круговой четырехугольник с углами $\delta_0\pi$, $\delta_k\pi$, $\delta_1\pi$, $\delta_\infty\pi$ ($\delta_i \neq 0, 1, 2$) при вершинах A_0, A_k, A_1, A_∞ нормировку зададим так, чтобы точкам действительной оси $e_0 = 0$, $e_k = k$, $e_1 = 1$, $e_\infty = \infty$ соответствовали вершины A_0, A_k, A_1, A_∞. Тогда отображающая функция $w(z)$, являясь интегралом известного уравнения Шварца [1], может быть найдена с точностью до дробно-линейного преобразования плоскости w в виде частного двух линейно-независимых интегралов следующего дифференциального уравнения:

$$w''(z) + \frac{1}{2} R(z)\, w(z) = 0, \tag{1}$$

где

$$\frac{R(z)}{2} = \frac{1}{4}\left(\frac{1-\delta_0^2}{z^2} + \frac{1-\delta_k^2}{(z-k)^2} + \frac{1-\delta_1^2}{(z-1)^2} + \frac{b_{00}}{z} + \frac{b_{0k}}{z-k} + \frac{b_{01}}{z-1} \right),$$

$$b_{00} = \frac{\beta_0}{k}, \quad b_{0k} = \frac{k\xi_0 + \beta_0}{k(k-1)}, \quad b_{01} = \frac{\xi_0 + \beta_0}{1-k},$$

$$\xi_0 = -2 - \delta_\infty^2 + \delta_0^2 + \delta_k^2 + \delta_1^2.$$

Интегрированием уравнения (1) еще не полностью решается задача об отображении верхней полуплоскости на заданный четырехугольник, так как рациональная функция $R(z)$ содержит неопределенные параметры k и β_0.

В данной статье и рассматривается задача нахождения действительных параметров k и β_0. Следует учесть, что связать эти параметры можно только с такими геометрическими характеристиками кругового четырехугольника, которые инвариантны относительно дробно-линейного преобразования плоскости четырехугольника. Такими характеристиками служат углы между любыми двумя сторонами и двойные отношения любых четырех характеристических точек. В качестве последних можно выбирать вершины, а также все остальные точки пересечения двух сторон четырехугольника.

Обозначим пары линейно-независимых (канонических) решений уравнения (1) в окрестностях особых точек $z=0$, $z=k$, $z=1$, $z=\infty$ соответственно w_{01}, w_{02}; w_{k1}, w_{k2}; w_{11}, w_{12}; $w_{\infty 1}, w_{\infty 2}$. Тогда эти решения могут быть представлены в виде степенных рядов [2]

$$w_{i1}(z) = (z-e_i)^{\frac{1+\delta_i}{2}}\left[1+\alpha_1^{(i)}(z-e_i)+\alpha_2^{(i)}(z-e_i)^2+\ldots\right],$$

$$w_{i2}(z) = (z-e_i)^{\frac{1-\delta_i}{2}}\left[1+\beta_1^{(i)}(z-e_i)+\beta_2^{(i)}(z-e_i)^2+\ldots\right], \quad i=0, k, 1, \infty.$$

Для нахождения коэффициентов $\alpha_j^{(i)}$ известна система уравнений [1]:

$$j(j+\delta_i)\alpha_j^{(i)}+p_1^{(i)}\alpha_{j-1}^{(i)}+p_2^{(i)}\alpha_{j-2}^{(i)}+\ldots+p_{j-1}^{(i)}\alpha_1^{(i)}+p_j^{(i)}=0,$$

$$j(j-\delta_i)\beta_j^{(i)}+p_1^{(i)}\beta_{j-1}^{(i)}+p_2^{(i)}\beta_{j-2}^{(i)}+\ldots+p_{j-1}^{(i)}\beta_1^{(i)}+p_j^{(i)}=0,$$

где

$$p_1^{(i)}=\frac{b_{0i}}{4}, \quad \underset{j>1}{p_j^{(i)}}=\frac{1}{4}\sum_{\substack{\nu=0,k,1,\\ \nu\neq i}}\frac{(j-1)(1-\delta_\nu^2)+b_{0\nu}(e_i-e_\nu)}{(e_\nu-e_i)^j}, \quad j=1,2,\ldots$$

Для решения поставленной в статье задачи предлагается следующий путь. Запишем преобразования перехода, определяющие аналитическое продолжение решений $w_{01}(z)$ и $w_{02}(z)$ в окрестность точки $z=k$ [1]:

$$w_{01}(z)=a_{11}w_{k1}(z)+a_{12}w_{k2}(z), \tag{2}$$
$$w_{02}(z)=a_{21}w_{k1}(z)+a_{22}w_{k2}(z).$$

Дифференцируя уравнения (2) и полагая $z=a$, где $a=k-\dfrac{\min(k,1-k)}{2}$, получим соотношения:

$$w_{01}(a)=a_{11}w_{k1}(a)+a_{12}w_{k2}(a),$$
$$w_{01}'(a)=a_{11}w_{k1}'(a)+a_{12}w_{k2}'(a),$$
$$w_{02}(a)=a_{21}w_{k1}(a)+a_{22}w_{k2}(a),$$
$$w_{02}'(a)=a_{21}w_{k1}'(a)+a_{22}w_{k2}'(a).$$

Отсюда выразим величины a_{ij} $(i,j=1,2)$:

$$a_{11}=\frac{w_{01}(a)\,w_{k2}'(a)-w_{01}'(a)\,w_{k2}(a)}{d},$$

$$a_{12} = \frac{w_{k1}(a)\, w'_{01}(a) - w_{01}(a)\, w'_{k1}(a)}{d}, \tag{3}$$

$$a_{21} = \frac{w_{02}(a)\, w'_{k2}(a) - w'_{02}(a)\, w_{k2}(a)}{d},$$

$$a_{22} = \frac{w_{k1}(a)\, w'_{02}(a) - w'_{k1}(a)\, w_{02}(a)}{d},$$

где $d = w_{k1}(a)\, w'_{k2}(a) - w'_{k1}(a)\, w_{k2}(a)$.

Если в качестве четырех характеристических точек четырехугольника взять вершины A_0, A_k и противоположные им, то имеем двойное отношение θ_1 этих четырех точек в виде [1]

$$\theta_1 = \frac{a_{12}\, a_{21}}{a_{11}\, a_{22}}. \tag{4}$$

Запишем теперь преобразования перехода от канонических интегралов $w_{01}(z)$ и $w_{02}(z)$ к каноническим интегралам $w_{11}(z)$ и $w_{12}(z)$:

$$\begin{aligned} a_{11} w_{k1}(z) + a_{12}\, w_{k2}(z) &= b_{11}\, w_{11}(z) + b_{12}\, w_{12}(z), \\ a_{21}\, w_{k1}(z) + a_{22}\, w_{k2}(z) &= b_{21}\, w_{11}(z) + b_{22}\, w_{12}(z). \end{aligned} \tag{5}$$

Дифференцируя уравнения (5) и полагая $z = b$, где $b = k + \dfrac{\min(k, 1-k)}{2}$, получим соотношения:

$$\begin{aligned} a_{11} w_{k1}(b) + a_{12}\, w_{k2}(b) &= b_{11}\, w_{11}(b) + b_{12}\, w_{12}(b), \\ a_{11}\, w'_{k1}(b) + a_{12}\, w'_{k2}(b) &= b_{11}\, w'_{11}(b) + b_{12}\, w'_{12}(b), \\ a_{21}\, w_{k1}(b) + a_{22}\, w_{k2}(b) &= b_{21}\, w_{11}(b) + b_{22}\, w_{12}(b), \\ a_{21} w'_{k1}(b) + a_{22} w'_{k2}(b) &= b_{21} w'_{11}(b) + b_{22} w'_{12}(b). \end{aligned}$$

Отсюда выразим величины b_{ij} $(i, j = 1, 2)$:

$$\begin{aligned} b_{11} &= \frac{\varphi_1 w'_{12}(b) - \varphi'_1 w_{12}(b)}{D^*}, \\ b_{12} &= \frac{\varphi'_1 w_{11}(b) - \varphi_1 w'_{11}(b)}{D^*}, \\ b_{21} &= \frac{\varphi_2 w'_{12}(b) - \varphi'_2 w_{12}(b)}{D^*}, \\ b_{22} &= \frac{\varphi'_2 w_{11}(b) - \varphi_2 w'_{11}(b)}{D^*}, \end{aligned} \tag{6}$$

где

$$D^* = w_{11}(b)\, w'_{12}(b) - w_{12}(b)\, w'_{11}(b),$$

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= a_{11} w_{k1}(b) + a_{12} w_{k2}(b), \\ \varphi'_1 &= a_{11} w'_{k1}(b) + a_{12} w'_{k2}(b), \\ \varphi_2 &= a_{21} w_{k1}(b) + a_{22} w_{k2}(b), \\ \varphi'_2 &= a_{21} w'_{k1}(b) + a_{22} w'_{k2}(b). \end{aligned} \tag{7}$$

Если в качестве четырех характеристических точек четырехугольника взять вершины A_0, A_1 и противоположные им, то двойное отношение θ_2 этих четырех точек запишется в виде [1]

$$\theta_2 = \frac{b_{12}\, b_{21}}{b_{11}\, b_{22}}\,. \tag{8}$$

Подставляем в (4) и (8) вместо a_{ij} и b_{ij} $(i, j = 1, 2)$ их выражения из (3) и (6).

Если далее вместо $w_{01}(a)$ подставить его значение в виде ряда

$$w_{01}(a) = a^{\frac{1+\delta_0}{2}}\left[1 - \frac{\beta_0}{8(1+\delta_0)} + \alpha_2^{(0)} a^2 + \alpha_3^{(0)} a^3 + \ldots\right],$$

то в результате всех этих подстановок из уравнений (4) и (8) последовательно можно выразить величину β_0 следующим образом:

$$\begin{gathered}
\beta_0 = \beta_0 + \frac{-8(1+\delta_0)}{a^{\frac{1+\delta_0}{2}}} \times \\
\times \left[\frac{w_{k2}(a)(\lambda w_{01}'(a) - w_{02}'(a)) + w_{02}(a) w_{k2}'(a)}{\lambda w_{k2}'(a)}\right], \\
\beta_0 = \beta_0 + \frac{-8(1+\delta_0)}{a^{\frac{1+\delta_0}{2}}} \times \\
\times \left\{\frac{1}{w_{k2}'(a)}\left\{\frac{1}{w_{k1}(b)}\left[\frac{w_{12}(b)(\lambda_1 \varphi_1' - \varphi_2') + \varphi_2 w_{12}'(b)}{\lambda_1 w_{12}'(b)} - \right.\right.\right. \\
\left.\left.\left. - a_{12} w_{k2}(b)\right] + w_{01}'(a)\, w_{k2}(a)\right\}\right\},
\end{gathered} \tag{9}$$

где

$$\begin{gathered}
\lambda = \theta_1 \frac{w_{k1}(a) w_{02}'(a) - w_{k1}'(a) w_{02}(a)}{w_{k1}(a) w_{01}'(a) - w_{k1}'(a) w_{01}(a)}, \\
\lambda_1 = \theta_2 \frac{w_{11}(b)\varphi_2' - w_{11}'(b)\varphi_2}{w_{11}(b)\varphi_1' - w_{11}'(b)\varphi_1}, \\
a = k - \frac{\min(k, 1-k)}{2}, \qquad b = k + \frac{\min(k, 1-k)}{2},
\end{gathered} \tag{10}$$

$\varphi_1, \varphi_1', \varphi_2, \varphi_2', a_{ij}$ $(i, j = 1, 2)$ определяются по формулам (7), (3).

Таким образом, получена система двух трансцендентных уравнений (9) с двумя неизвестными k и β_0. При решении этой системы одним из итерационных методов необходимо учесть, что величины, входящие в правые части обоих уравнений, в основном — комплексные. Поэтому необходимо отделить действительные и мнимые части и воспользоваться тем, что β_0 — действительная величина.

Система (9) решалась методом, предложенным П. Ф. Фильчаковым [3] с использованием в процессе решения итерационного метода Вегстейна [4]. Вычисления производились на ЭВМ «БЭСМ-2м» с точностью до пяти значащих цифр. Результаты вычислений приведены в таблице.

Теперь рассмотрим получение еще одного нового уравнения, связывающего параметры k и β_0 с характеристиками заданного кругового четырехугольника.

Четырехугольник	k	β_*
$\delta_0 = 0{,}6,\ \delta_k = 0{,}55$ $\delta_1 = 0{,}45,\ \delta_\infty = 0{,}5$ $\theta_1 = 0{,}29$ $\theta_2 = 0{,}7 + 1{,}3i$	0,14600	0,30047
$\delta_0 = \delta_k = \delta_1 = \delta_\infty = 0{,}5$ $\theta_1 = 0{,}44$ $\theta_2 = 1{,}77 + 0{,}83i$	0,09566	0,30189
$\delta_0 = 0{,}7,\ \delta_k = 0{,}6$ $\delta_1 = 0{,}5,\ \delta_\infty = 0{,}8$ $\theta_1 = 0{,}26$ $\theta_2 = 2{,}6 + 2i$	0,20319	0,25178

Запишем преобразования перехода между парами канонических решений в следующей форме:

$$w_{01} = Aw_{k1} + Bw_{k2}, \tag{11}$$

$$w_{02} = A\lambda w_{k1} + B\lambda' w_{k2}, \tag{11'}$$

$$w_{01} = Cw_{11} + Dw_{12}, \tag{12}$$

$$w_{02} = C\lambda_1 w_{11} + D\lambda_1' w_{12}, \tag{12'}$$

$$w_{01} = Mw_{\infty 1} + Nw_{\infty 2}, \tag{13}$$

$$w_{02} = M\mu w_{\infty 1} + N\mu' w_{\infty 2}. \tag{13'}$$

В каждой из записанных пар уравнений разделим первое уравнение на второе. Определяя двойные отношения с помощью преобразований перехода [1], получим

$$\frac{w_{01}}{w_{02}}(z) = \frac{1}{\lambda}\,\frac{r\,\dfrac{w_{k1}}{w_{k2}}(z) + \theta_1}{r\,\dfrac{w_{k1}}{w_{k2}}(z) + 1}, \tag{14}$$

$$\frac{w_{01}}{w_{02}}(z) = \frac{1}{\lambda_1}\,\frac{r^*\,\dfrac{w_{11}}{w_{12}}(z) + \theta_2}{r^*\,\dfrac{w_{11}}{w_{12}}(z) + 1}, \tag{15}$$

$$\frac{w_{01}}{w_{02}}(z) = \frac{1}{\mu}\,\frac{\bar{r}\,\dfrac{w_{\infty 1}}{w_{\infty 2}}(z) + \theta_3}{\bar{r}\,\dfrac{w_{\infty 1}}{w_{\infty 2}}(z) + 1}, \tag{16}$$

где

$$r = \frac{A\lambda}{B\lambda'}, \quad r^* = \frac{C\lambda_1}{D\lambda_1'}, \quad \bar{r} = \frac{M\mu}{N\mu'};$$

$\dfrac{\lambda}{\lambda'} = \theta_1$, $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_1'} = \theta_2$ — определенные ранее двойные отношения; $\dfrac{\mu}{\mu'} = \theta_3$ —

двойное отношение, связывающее аффиксы вершин A_0, A_∞ и противоположных им вершин четырехугольника.

В дальнейшем нам понадобится величина $\frac{\lambda_1}{\lambda}=\omega$, инвариантная относительно дробно-линейного преобразования плоскости четырехугольника. Получим для этой величины ее значение в зависимости от геометрических характеристик четырехугольника.

Воспользуемся тем, что обход в положительном направлении особых точек $z=k$, $z=1$, равносилен обходу в отрицательном направлении точек $z=0$, $z=\infty$. При обходе точек $z=k$ и $z=1$ в положительном направлении имеем

$$\overline{w_{01}}=\frac{Ce^{2\pi i\beta_1}}{\lambda'-\lambda}\left[e^{2\pi i\beta}(\lambda'-\lambda_1)+e^{2\pi i\beta'}(\lambda_1-\lambda)\right]w_{11}+\frac{De^{2\pi i\beta_1'}}{\lambda'-\lambda}\left[e^{2\pi i\beta}(\lambda'-\lambda_1')+\right.$$
$$\left.+e^{2\pi i\beta'}(\lambda_1'-\lambda)\right]w_{12}; \tag{17}$$

$$\overline{w_{02}}=\frac{Ce^{2\pi i\beta_1}}{\lambda'-\lambda}\left[e^{2\pi i\beta}\lambda(\lambda'-\lambda_1)+e^{2\pi i\beta'}\lambda'(\lambda_1-\lambda)\right]w_{11}+$$
$$+\frac{De^{2\pi i\beta_1'}}{\lambda'-\lambda}\left[e^{2\pi i\beta}\lambda(\lambda'-\lambda_1')+e^{2\pi i\beta'}\lambda'(\lambda_1'-\lambda)\right]w_{12}. \tag{18}$$

Обход в отрицательном направлении точек $z=0$, $z=\infty$ дает

$$\overline{w_{01}}=e^{-2\pi i\alpha}(Me^{-2\pi i\gamma}w_{\infty1}+Ne^{-2\pi i\gamma'}w_{\infty2}), \tag{19}$$

$$\overline{w_{02}}=e^{-2\pi i\alpha'}(M\mu e^{-2\pi i\gamma}w_{\infty1}+N\mu' e^{-2\pi i\gamma'}w_{\infty2}). \tag{20}$$

При этом

$$\beta=\frac{1+\delta_k}{2},\quad \beta'=\frac{1-\delta_k}{2},\quad \beta_1=\frac{1+\delta_1}{2},\quad \beta_1'=\frac{1-\delta_1}{2},$$
$$\alpha=\frac{1+\delta_0}{2},\quad \alpha'=\frac{1-\delta_0}{2},\quad \gamma=\frac{1+\delta_\infty}{2},\quad \gamma'=\frac{1-\delta_\infty}{2}. \tag{21}$$

Приравниваем соответственно правые части уравнений (12) и (13), (12′) и (13′), (17) и (19), (18) и (20) и исключаем из полученных уравнений w_{11} и w_{12}. Используя затем линейную независимость $w_{\infty1}$ и $w_{\infty2}$, получим систему четырех уравнений с шестью неизвестными λ, λ_1, λ', λ_1', μ, μ' [2]:

$$\begin{aligned}
&\lambda_1(R_2-l)+\lambda_1'(l-R_1)=\mu(R_2-R_1),\\
&\lambda_1(R_2-l')+\lambda_1'(l'-R_1)=\mu'(R_2-R_1),\\
&P_1(R_2-l)+P_2(l-R_1)=\mu l_1(R_2-R_1),\\
&P_1(R_2-l')+P_2(l'-R_1)=\mu' l_1'(R_2-R_1),
\end{aligned} \tag{22}$$

где

$$R_1=\frac{e^{2\pi i\beta_1}}{\lambda'-\lambda}\left[\lambda_1(e^{2\pi i\beta'}-e^{2\pi i\beta})+\lambda' e^{2\pi i\beta}-\lambda e^{2\pi i\beta'}\right],$$

$$R_2=\frac{e^{2\pi i\beta_1'}}{\lambda'-\lambda}\left[\lambda_1'(e^{2\pi i\beta'}-e^{2\pi i\beta})+\lambda' e^{2\pi i\beta}-\lambda e^{2\pi i\beta'}\right],$$

$$P_1=\frac{e^{2\pi i\beta_1}}{\lambda'-\lambda}\left[\lambda\lambda'(e^{2\pi i\beta}-e^{2\pi i\beta'})-\lambda_1(\lambda e^{2\pi i\beta}-\lambda' e^{2\pi i\beta'})\right],$$

$$P_2 = \frac{e^{2\pi i\beta_1'}}{\lambda' - \lambda} [\lambda\lambda' (e^{2\pi i\beta} - e^{2\pi i\beta'}) - \lambda_1' (\lambda e^{2\pi i\beta} - \lambda' e^{2\pi i\beta'})],$$

$$l = e^{-2\pi i(\alpha+\gamma)}, \quad l' = e^{-2\pi i(\alpha+\gamma')}, \quad l_1 = e^{-2\pi i(\alpha'+\gamma)}, \quad l_1' = e^{-2\pi i(\alpha'+\gamma')}. \quad (23)$$

Принимая во внимание условия

$$\frac{\lambda}{\lambda'} = \theta_1, \quad \frac{\lambda_1}{\lambda_1'} = \theta_2, \quad \frac{\mu}{\mu'} = \theta_3 \quad (24)$$

и учитывая, что одно из неизвестных может быть положено равным, например, единице [2], приходим к выводу, что для определения всех неизвестных достаточно выбрать еще два любые уравнения из (22).

Каждая из величин λ, λ_1, λ', λ_1', μ, μ' в отдельности не инвариантна относительно дробно-линейного преобразования плоскости четырехугольника. Таким инвариантом может служить только отношение любых двух этих величин.

Выбирая первые два уравнения из (22), полагая $\mu = 1$ и учитывая (24), получим

$$\omega = \frac{\lambda_1}{\lambda} = \frac{l(1-\theta_1)(1-\theta_2)(1-\theta_3) + (l'-l)(\theta_2 - 1)(1-\theta_1)\theta_3}{\theta_1(\theta_3 - 1)(e^{2\pi i\beta'} - e^{2\pi i\beta})(e^{2\pi i\beta_1'} - e^{2\pi i\beta_1})} +$$

$$+ \frac{(e^{2\pi i\beta} - \theta_1 e^{2\pi i\beta'})(\theta_2 e^{2\pi i\beta_1'} - e^{2\pi i\beta_1})(1-\theta_3)}{\theta_1(\theta_3 - 1)(e^{2\pi i\beta'} - e^{2\pi i\beta})(e^{2\pi i\beta_1'} - e^{2\pi i\beta_1})}, \quad (25)$$

где β, β', β_1, β_1', l, l' определяются из (21), (23).

Заметим, что при решении системы (9) величину λ_1 можно было бы не вычислять по формуле (10), а воспользоваться тем, что $\lambda_1 = \omega \times \lambda$, где для ω имеем точное числовое значение по формуле (25).

Для простоты дальнейшего изложения положим $k < \frac{1}{2}$, так как известно [5], что путем циклических перестановок вершин четырехугольника можно всегда выбрать такую нормировку, что будет выполнено неравенство $k < \frac{1}{2}$.

Из (14) и (15) при z, принадлежащем отрезку $[k, 2k]$, имеем

$$\frac{\lambda_1}{\lambda} \frac{r \frac{w_{k1}}{w_{k2}}(z) + \theta_1}{r \frac{w_{k1}}{w_{k2}}(z) + 1} = \frac{r^* \frac{w_{11}}{w_{12}}(z) + \theta_2}{r^* \frac{w_{11}}{w_{12}}(z) + 1}. \quad (26)$$

Используя условия $\frac{w_{01}}{w_{02}}(0) = 0$ и $\frac{w_{k1}}{w_{k2}}(k) = 0$, получим следующие выражения для r и r^*:

$$r = \frac{-\theta_1}{\frac{w_{k1}}{w_{k2}}(0)}, \quad r^* = \frac{\theta_2 - \frac{\lambda_1}{\lambda}\theta_1}{\left(\frac{\lambda_1}{\lambda}\theta_1 - 1\right)\frac{w_{11}}{w_{12}}(k)}. \quad (27)$$

Полагая в (26), например, $z = \frac{3k}{2}$, выражаем из этого уравнения величину β_0

$$\beta_0 = \beta_0 + 4(k-1)(1+\delta_1)\left(\frac{3k}{2}-1\right)^{-\frac{3+\delta_1}{2}} \times$$
$$\times \left\{ \frac{\left[\theta_2 \overline{B}\left(\frac{3k}{2}\right) - \frac{\lambda_1}{\lambda}\overline{A}\left(\frac{3k}{2}\right)\right] w_{12}\left(\frac{3k}{2}\right)}{r^*\left[\frac{\lambda_1}{\lambda}\overline{A}\left(\frac{3k}{2}\right) - \overline{B}\left(\frac{3k}{2}\right)\right]} - w_{11}\left(\frac{3k}{2}\right)\right\}, \tag{28}$$

где

$$\overline{A}\left(\frac{3k}{2}\right) = r\frac{w_{k1}}{w_{k2}}\left(\frac{3k}{2}\right) + \theta_1; \quad \overline{B}\left(\frac{3k}{2}\right) = r\frac{w_{k1}}{w_{k2}}\left(\frac{3k}{2}\right) + 1;$$

$\frac{\lambda_1}{\lambda}$, r, r^* вычисляются по формулам (25), (27).

Таким образом, уравнением (28) можно заменить одно из уравнений системы (9), но надо учесть, что ряды $\frac{w_{k1}}{w_{k2}}(0)$ и $\frac{w_{11}}{w_{12}}(k)$, входящие в (28), сходятся медленно.

Заметим, что изложенный способ нахождения параметров можно обобщить на случай отображения верхней полуплоскости на произвольный круговой n-угольник.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Коппенфельс и Ф. Штальман, Практика конформных отображений, ИЛ, М., 1963.
2. В. В. Голубев, Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений, Гостехиздат, М., 1950.
3. П. Ф. Фільчаков, Про один метод розв'язання системи алгебраїчних чи трансцендентних рівнянь, ДАН УРСР, сер. А, № 1, 1969.
4. Дж. Н. Ланс, Численные методы для быстродействующих вычислительных машин, ИЛ, М., 1962.
5. В. Н. Савенков, О выборе нормировки при определении констант интеграла Кристоффеля — Шварца по методу обобщенных степенных рядов, Труды семинара по прикладной математике, т. 1, вып. 1, Изд-во АН УССР, 1963.

Поступила 17.VI 1970 г.
Институт математики АН УССР