УДК 517.946

О функции Грина общей эллиптической граничной задачи с псевдодифференциальными граничными условиями

И. А. Коваленко, Я. А. Ройтберг

Функция Грина общих дифференциальных задач исследовалась недавно различными методами в работах [1—5]. Данная работа посвящена доказательству существования и изучению свойств гладкости по совокупности переменных вплоть до границы области вектор-функции Грина общей эллиптической задачи с произвольными (вообще, псевдодифференциальными) неоднородными граничными условиями. Наша методика использует теоремы о полном наборе гомеоморфизмов, установленные для рассматриваемого здесь случая в [6, 7], и является дальнейшим развитием методики, примененной в [1]. Она позволила исследовать разность функций Грина основной и возмущенной задач. Отметим, что порядки рассматриваемых здесь граничных выражений произвольны (они могут, в частности, быть выше порядка уравнения). В данной работе для простоты рассматриваем эллиптические задачи для одного уравнения. Случай систем будет рассмотрен в другой работе.

1. Пусть G — ограниченная область пространства R^n, ∂G — ее граница. Для действительного $p \in (1, \infty)$ и целого $l \geqslant 0$ обозначим через $H^{l,p}(G)$ пространство С. Л. Соболева; $H^{-l,p'}(G)\left(\dfrac{1}{p}+\dfrac{1}{p'}=1\right)$ — пространство,

двойственное к $H^{l,p}(G)$ относительно скалярного произведения в $L_2(G)$ (см. [8]); $\|u\|_{l,p}$ — норма в $H^{l,p}(G)$. Для целого $l \geqslant 0$ $B^{l-\frac{1}{p},p}(\partial G)$ — пространство следов функций из $H^{l,p}(G)$ на ∂G с нормой $\langle\!\langle \varphi \rangle\!\rangle_{l-\frac{1}{p},p} = \inf \|u\|_{l,p}$, где inf берется по всем $u \in H^{l,p}(G)$, равным φ на ∂G; $B^{-\left(l-\frac{1}{p}\right),p'}(\partial G)$ — двойственное к $B^{l-\frac{1}{p},p}(\partial G)$ пространство относительно скалярного произведения в $L_2(\partial G)$. Если t — нецелое, то определим пространство $H^{t,p}(G)$ и $B^{t-\frac{1}{p},p}(\partial G)$ (нормы в этих пространствах обозначим $\|\cdot\|_{t,p}$ и $\langle\!\langle \cdot \rangle\!\rangle_{t-\frac{1}{p},p}$) с помощью комплексной интерполяции соответственно между $H^{[t],p}(G)$, $H^{[t]+1,p}(G)$ и $B^{[t]-\frac{1}{p},p}(\partial G)$, $B^{[t]+1-\frac{1}{p},p}(\partial G)$ (см. [8]). (α, v) — обозначает скалярное произведение в $L_2(G)$ или значение функционала $\alpha \in H^{-s,p}(G)$ на элементе $v \in H^{s,p'}(G)$; аналогично $\langle \beta, \varphi \rangle$ — скалярное произведение в $L_2(\partial G)$ или значение функционала $\beta \in B^{-s,p}(\partial G)$ на элементе $\varphi \in B^{s,p'}(\partial G)$. Как и в [9—12, 6, 7, 13], обозначим через $\widetilde{H}^{l,p}(G)$ (l—произвольное целое) пополнение $C^\infty(\overline{G})$ по норме $|||u|||_{l,p} = \left(\|u\|^p_{l,p} + \sum_{j=1}^{2m} \langle\!\langle D_\nu^{j-1} u \rangle\!\rangle^p_{l-j-\frac{1}{p},p}\right)^{1/p}$ $\left(D_\nu = \dfrac{1}{i}\dfrac{\partial}{\partial \nu}\right.$ — производная по внутренней нормали к $\left.\partial G\right)$. Так как норма $|||\cdot|||_{l,p}$ — это норма прямого произведения $K^{l,p}(G) = H^{l,p}(G) \times \prod_{j=0}^{2m-1} B^{l-j-\frac{1}{p},p}(\partial G)$, то замыкание S отображения $u \to (u|_G, u|_{\partial G}, \ldots, D_\nu^{2m-1} u|_{\partial G})$ устанавливает изометрическое соответствие между $\widetilde{H}^{l,p}$ и подпространством $K^{l,p}(G)$ [1, 12]. Компоненты вектора $Su \in K^{l,p}(G)$ назовем также компонентами элемента $u \in \widetilde{H}^{l,p}(G)$.

В $\overline{G} = G \cup \partial G$ задано правильно эллиптическое дифференциальное выражение $L = L(x, D)$ порядка $r_0 = 2m$ с комплексными коэффициентами, а на ∂G — накрывающая L система m граничных выражений $B_j = B_j(x, D)$ порядков m_j $(j = 1, \ldots, m)$, являющихся дифференциальными в нормальных к ∂G направлениях и псевдодифференциальными в направлениях вдоль ∂G [14]. Коэффициенты (и символы) всех рассматриваемых выражений, а также поверхность ∂G предполагаем для простоты бесконечно гладкими. В пп. 1, 2 также предполагаем, что порядки выражений B_j относительно производных по нормали к ∂G не превосходят* $2m - 1$. Тогда

$$B_j = \sum_{k=0}^{2m-1} B_{jk}(x, D') D_\nu^k \quad (j = 1, \ldots, m). \tag{1}$$

Здесь $B_{jk}(x, D')$ вообще псевдодифференциальные вдоль ∂G (см. [14]) выражения порядков $\leqslant m_j - k$. Хорошо известно (см., например, [15, 16]), что

* В п. 3 освобождаемся от этого ограничения.

существует конечномерное пространство $\mathfrak{M}^+ \subset C^\infty(\overline{G}) \times C^{\infty, m}(\partial G)$ такое, что задача

$$Au = F \quad (A = (L, B_1, \ldots, B_m)) \tag{2}$$

с $F = (f, \varphi_1, \ldots, \varphi_m) \in H^{s,p}(G) \times \prod_{j=1}^{m} B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p},\, p}(\partial G)$, $s \geqslant s_0 = \max\limits_{0 \leqslant j \leqslant m}(r_j - 2m)$ $(r_0 = 2m$, при $j > 0$ $r_j = m_j + 1)$, разрешима в $H^{2m+s,p}(G)$ тогда и только тогда, когда

$$(f, v_0) + \sum_{j=1}^{m} \langle \varphi_j, v_j \rangle = 0 \quad ((v_0, v_1, \ldots, v_m) \in \mathfrak{M}^+), \tag{3}$$

а пространство $\mathfrak{N} \in C^\infty(\overline{G})$ решений задачи (2) с $F = 0$ конечномерно. Оказывается, что решение $u \in H^{2m+s,p}(G)$ задачи (2) может быть найдено с помощью соответствующей вектор-функции Грина.

Теорема 1. *Существуют функции $R_j(x, y)$ $(x \in \overline{G},\ y \in G_j;\ j = 0, 1, \ldots, m;\ G_0 = \overline{G},\ G_1 = \ldots = G_m = \partial G)$ со следующими свойствами: 1) функция $R_j(x, y) = R_j(\cdot, y)$ $(j = 0, 1, \ldots, m)$ является непрерывной по Гельдеру $\left(\text{с показателем } \varkappa < 1 - \frac{n}{p} + \left[\frac{n}{p}\right]\right)$ вектор-функцией от $y \in G_j$ со значением в $H^{r_j - q, p'}(G)$ $\left(q = \left[\frac{n}{p}\right] + 1;\ \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1;\ r_0 = 2m,\ \text{при } 1 \leqslant j \leqslant m\ r_j = m_j + 1\right)$. Более того, существуют все производные вида $D_y^\beta(\omega^\alpha(\cdot, y) \times R_j(\cdot, y))$ $(\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_n),\ \alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n),\ \alpha_j, \beta_j$ — неотрицательные целые), являющиеся непрерывными по Гельдеру вектор-функциями от $y \in G_j$ со значениями в $H^{r_j - q + |\alpha| - |\beta|, p'}(G)$. Равномерно относительно $y, y', y'' \in G_j$ справедливы неравенства*

$$\| D_y^\beta \omega^\alpha(\cdot, y) R_j(\cdot, y) \|_{r_j - q + |\alpha| - |\beta|, p'} \leqslant C_{\alpha\beta},$$

$$\| D_y^\beta(\omega^\alpha(\cdot, y) R_j(\cdot, y))|_{y=y'} - D_y^\beta \omega^\alpha(\cdot, y) R_j(\cdot, y)|_{y=y''} \|_{r_j - q + |\alpha| - |\beta|, p'} \leqslant$$
$$\leqslant C_{\alpha\beta} |y' - y''|^\varkappa \left(0 < \varkappa < 1 - \frac{n}{p} + \left[\frac{n}{p}\right];\ j = 0, \ldots, m\right). \tag{4}$$

Здесь $\omega^\alpha(x, y)$ достаточно произвольная функция с заданным порядком нуля на диагонали, а именно: $\omega^\alpha(x, y) = \omega_1^{\alpha_1}(x, y) \ldots \omega_n^{\alpha_n}(x, y)$, $\omega_j(x, y) = (x_j - y_j)\xi(x, y)$ $(j = 1, \ldots, n)$; $\xi(x, y)$ — произвольная функция из $C^\infty(\overline{G} \times \overline{G})$, тождественно равная 1 в некоторой окрестности диагонали $x = y$ в $\overline{G} \times \overline{G}$;

2) для функции $R_0(x, y)$ неравенства вида (4) справедливы также относительно второго переменного при фиксированном первом; при $1 \leqslant j \leqslant m$ равномерно относительно $x, x', x'' \in \overline{G}$ справедливы оценки

$$\langle\!\langle D_x^\beta \omega^\alpha(x, \cdot) R_j(x, \cdot) \rangle\!\rangle_{r_j - q + |\alpha| - |\beta| - \frac{1}{p''},\, p'} \leqslant C_{\alpha\beta},$$

$$\langle\!\langle D_x^\beta \omega^\alpha(x, \cdot) R_j(x, \cdot)|_{x=x''} - D_x^\beta \omega^\alpha(x, \cdot) R_j(x, \cdot)|_{x=x'} \rangle\!\rangle_{r_j - q + |\alpha| - |\beta| - \frac{1}{p'},\, p'} \leqslant$$
$$\leqslant C_{\alpha\beta} |x'' - x'|^\varkappa \left(0 < \varkappa < 1 - \frac{n}{p} + \left[\frac{n}{p}\right]\right); \tag{5}$$

3) *если* $r_j - n - 1 + |\alpha| \geqslant 0$, *то*

$$\omega^\alpha(x, y) R_j(x, y) \in C^{r_j - n - 1 + |\alpha| + \varepsilon}(\overline{G} \times G_j) \ (0 < \varepsilon < 1, \ j = 0, 1, \ldots, m); \tag{6}$$

4) *вне диагонали* $x = y$ *функции* $R_j(x, y)$ $(x \in \overline{G}, \ y \in G_j, \ x \neq y; \ j = 0, \ldots, m)$ *бесконечно гладкие по совокупности переменных и справедливы неравенства*

$$|D_x^\gamma D_y^\beta R_j(x, y)| \leqslant \frac{C}{|x-y|^{n - r_j + \varepsilon + |\beta| + |\gamma|}}$$

$$(\varepsilon > 0, \ x \in \overline{G}, \ y \in G_j, \ |\beta| + |\gamma| + n - r_j \geqslant 0); \tag{7}$$

5) *для каждой функции* $F = (f, \varphi_1, \ldots, \varphi_m) \in H^{s,p}(G) \times \times \prod_{j=1}^{m} B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p}, p}(\partial G)$, $s \geqslant s_0 = \max\limits_{0 \leqslant j \leqslant m}(r_j - 2m)$, *удовлетворяющей соотношениям* (3), *функция*

$$u(x) = (R_0, (x, \cdot), \overline{f}) + \sum_{j=1}^{m} \langle R_j(x, \cdot), \overline{\varphi}_j \rangle \tag{8}$$

является решением из $H^{2m+s,p}(G)$ *задачи* (2), *ортогональным в* $L_2(G)$ *к* $\mathfrak{N}$.

В случае отсутствия дефекта ($\mathfrak{M}^+ = \mathfrak{N} = 0$) функцию $R_j(\cdot, y) = R_j(x, y)$ $(j = 0, \ldots, m)$ определяем как первую компоненту решения $\mathbf{R}_j(\cdot, y) \in \widetilde{H}^{r_j - q, p'}(G)$ задачи*

$$A(x, D_x) \mathbf{R}_j(x, y) = \delta_y^j \ (x \in \overline{G}; \ y \in G_j, \ j = 0, \ldots, m; \ A = (L, B_1, \ldots, B_m)), \tag{9}$$

где $\delta_y^j = (a_{0j}, a_{1j}, \ldots, a_{mj})$, $a_{kj} = \delta_{kj} \cdot \delta_{yj}$; $\delta_{kj} = 0$ при $k \neq j$, $\delta_{jj} = 1$, а δ_{yj} — дельта-функция в G_j, сосредоточенная в точке $y \in G_j$. Отметим, что по переменной y функция $\overline{R_0(x, y)}$ (черта означает комплексное сопряжение) является первой компонентой решения $\mathbf{R}^*(x, \cdot) \in \widetilde{H}^{2m-q,p'}(G)$ задачи, формально сопряженной к (9) относительно формулы Грина ($L^+(y, D_y)\mathbf{R}^*(x, y) = \delta_x$, $\mathbf{R}^*(x, \cdot)$ удовлетворяет однородным сопряженным граничным условиям). Отметим также, что установленная в [7, 13] формула Грина позволяет выразить $R_j(x, \cdot)$ $(j = 1, \ldots, m)$ через $\mathbf{R}^*(x, \cdot)$.

Для доказательства теоремы 1 существенно используются теоремы о гомеоморфизмах [6, 7], дающие оценки решений в соответствующих нормах задач (9) через их правые части.

2. Рассмотрим теперь две эллиптические задачи вида (2) (основную и возмущенную)

$$L^i u(x) = f^i(x) \ (x \in G); \ B_j^i u|_{\partial G} = \varphi_j^i \ (j = 1, \ldots, m; \ i = 1, 2). \tag{10}$$

---

* В [6, 7] показано, что для разрешимости в $\widetilde{H}^{2m+s,p}(G)$ задачи (2) с $F \in H^{s,p}(G) \times \prod_{j=1}^{m} B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p}, p}(\partial G)$ и $s < s_0$ также необходимо и достаточно, чтобы выполнилось соотношение (3). Если дефект отличен от нуля, заменяем в (9) δ_y^j на $\Delta_y^j = \delta_y^j - P^+\delta_y^j$, где P^+ — оператор ортогонального проектирования на $\mathfrak{M}^+$. Если $l_1, \ldots, l_r$ — ортонормированный относительно $L_2 = \prod_{j=0}^{m} L_2(G_j)$ базис в $\mathfrak{M}^+$, то $P^+\delta_y^j = \sum_{k=1}^{r} (\delta_y^j, l_k)_{L_2} l_k$ $(j = 0, \ldots, m)$. Так как $(\Delta_y^j, \mathfrak{M}^+) = 0$, то задача (9) снова разрешима в $\widetilde{H}^{r_j - q, p'}(G)$.

Предположим, что старшие части выражений L^1, L^2 и B_j^1, B_j^2 $(j=1, \ldots, m)$ одинаковы. А именно, предположим, что $\widetilde{L} = L^1 - L^2$ — выражение порядка $\leqslant 2m - k$, а $\widetilde{B}_j = B_j^1 - B_j^2$ — выражение порядков $\leqslant m_j - k$ $(k > 0)$; если $m_j - k < 0$, то $\widetilde{B}_j \equiv 0$. Пусть $(R_0^i(x, y), \ldots, R_m^i(x, y))$ $(i = 1, 2)$ — вектор-функция Грина задачи (10) и $R_j = R_j^1 - R_j^2$ $(j = 0, 1, \ldots, m)$.

Теорема 2. *Для* $R_j = R_j^1 - R_j^2$ $(j = 0, \ldots, m)$ *справедливы неравенства* (4) *с заменой* q *на* $q - k$. *Если* $r_j - n - 1 + |\alpha| + k \geqslant 0$, *то* $\omega^\alpha(x, y) \times R_j(x, y) \in C^{2m-n-1+k+|\alpha|+\varepsilon}(\overline{G} \times G_j)$ $(0 < \varepsilon < 1, \quad j = 0, \ldots, m)$. *Имеют место неравенства* (7) *с заменой* n *на* $n - k$.

Доказательство этой теоремы аналогично доказательству теоремы 1. Учитываем, что $R_j^1 - R_j^2$ $(j = 0, \ldots, m)$ является первой компонентой решения $\mathbf{R}_j^1 - \mathbf{R}_j^2 = \mathbf{R}_j$ задачи $A^1(x, D_x)\mathbf{R}_j(\cdot, y) = \widetilde{A}\mathbf{R}_j^2 + P_2^+\delta_y^j - P_1^+\delta_y^j$, и с помощью теорем о гомеоморфизмах оцениваем R_j через правые части.

3. В п. 1, 2 мы предполагали, что порядки граничных выражений $\{B_j\}_{j=1}^m$ относительно производных по нормали к ∂G не превосходят $2m-1$. Освободимся теперь от этого ограничения. Пусть

$$B_j = \sum_{k=0}^{n_j} B_{jk}(x, D')\, D_\nu^k \quad (j = 1, \ldots, m). \tag{11}$$

Здесь $B_{jk}(x, D')$ такие же, как в (1), $n_j \leqslant m_j = \operatorname{ord} B_j$ неотрицательные числа m_j произвольны. Положим $l_j = n_j - 2m + 1, l = \max\limits_{0 \leqslant j \leqslant m} l_j$. Тогда, если $l_j > 0$, с помощью выражений $L(x, D)$ можем из B_j исключить производные D_ν^s $(s \geqslant 2m)$. В результате получим

$$B_j(x, D) = \widetilde{B}_j(x, D) - \sum_{k=1}^{l_j} \widetilde{B}_{jk}(x, D')\, D_\nu^{k-1} L(x, D) \quad (l_j > 0), \tag{12}$$

где $\widetilde{B}_j(x, D)$ — выражение вида (11), порядок которого относительно производных D_ν не превосходит $2m - 1$, $\widetilde{B}_{jk}(x, D')$ — выражения вдоль ∂G порядков $\leqslant m_j - k + 1 - 2m$. Для удобства положим, что при $l_j \leqslant 0$ $\widetilde{B}_j \equiv B_j$, $\widetilde{B}_{jk} = 0$, тогда представления (12) справедливы для $j = 1, \ldots, m$. Из (12) следует, что задача (2) с $F = (f, \varphi_1, \ldots, \varphi_m) \in H^{s,p}(G) \times \prod_{j=1}^m B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p}, p}(\partial G)$ $(s \geqslant s_0 = \max\limits_{0 \leqslant j \leqslant m}(r_j - 2m)$ $(r_0 = 2m$, при $j > 0$ $r_j = m_j + 1)$ эквивалентна в классе $H^{2m+s,p}(G)$ задаче

$$Lu(x) = f(x)\ (x \in G), \quad \widetilde{B}_j u|_{\partial G} = \varphi_j + \sum_{k=1}^{l_j} \widetilde{B}_{jk}(x, D')\, D_\nu^{k-1} f|_{\partial G}; \tag{13}$$

для такой задачи функция Грина построена в п. 1.

Пусть $R_0(x, y), \ldots, R_m(x, y)$ — вектор-функция Грина, построенная в п. 1 для задачи (13). Тогда решение задачи (13), а значит, и задачи (2) может быть найдено по формуле

$$u(x) = (R_0(x, \cdot), \bar{f}) + \sum_{j=1}^m \langle R_j(x, \cdot), \overline{\varphi}_j \rangle + \sum_{j: l_j > 0} \sum_{k=1}^{l_j} \langle R_j(x, \cdot), \overline{\widetilde{B}_{jk}(y, D'_y)}\, \overline{D_\nu^{k-1} f} \rangle. \tag{14}$$

Но $\langle R_j(x,\cdot), \overline{\widetilde{B}_{jk}\cdot D_\nu^{k-1} f}\rangle = \langle (\widetilde{B}_{jk}(y, D'_y))^+ R_j(x,\cdot), D_\nu^{k-1} f\rangle$, поэтому, изменив в (14) порядок суммирования, получим

$$u(x) = (R_0(x,\cdot), \bar{f}) + \sum_{j=1}^{m} \langle R_j(x,\cdot), \bar{\varphi}_j\rangle + \sum_{k=1}^{l} \langle Q_k(x,\cdot), \overline{D_\nu^{k-1} f}\rangle, \tag{15}$$

где

$$Q_k(x,y) = \sum_{j: l_j > k} \overline{(\widetilde{B}_{jk}(y, D'_y))}^+ R_j(x,y) \quad (k = 1, \ldots, l). \tag{16}$$

Теорема 3. *Если* $l = \max(n_j - 2m + 1) > 0$, *то существуют функции* $R_0(x,y)\,(x, y \in \overline{G})$; $\{R_j(x,y)\}_{j=1}^m$; $\{Q_j(x,y)\}_{j=1}^l$ $(x \in \overline{G}, y \in \partial G)$ *такие, что для каждого вектора* $F = (f, \varphi_1, \ldots, \varphi_m) \in H^{s,p}(G) \times \prod_{j=1}^m B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p},p}(\partial G)$ $(s \geqslant s_0 = \max(r_j - 2m))$, *для которого задача* (2) *разрешима, решение* $u \in H^{2m+s,p}(G)$ *этой задачи, ортогональное в* $L_2(G)$ *к* $\mathfrak{N}$, *может быть найдено по формуле* (15). *Свойства ядер* $\{R_j\}_{j=0}^m$ *определяются теоремой* 1, *свойства ядер* $\{Q_k(x,y)\}_{k=1}^l$*—формулами* (16), (5) *и* (7).

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Ю. М. Березанскому за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1 Ю. М. Березанский, Я. А. Ройтберг, Теорема о гомеоморфизмах и функция Грина для общих эллиптических граничных задач, УМЖ, т. 19, № 5, 1967.
2. Ю. П. Красовский, Выделение особенностей у функции Грина, Изв. АН СССР, сер. матем., т. 31, № 5, 1967.
3. H. Triebel, Eigenschaften Greenscher Functionen nightselbstadjunqierter algemeiner elliptizeher Operatoren, Studia Math., t. 30 N 3, 1968.
4. P. Zuckerman, Inequalities for derivatives of Creen's Functions of General coercive elleptical boundary value Problems. Doct. diss. N. Y. Univ., 1968; Ref., Dissert. Abstracts, B. 29, N 11, 1968.
5. В. А. Солонников, О матрицах Грина для эллиптических краевых задач, Тр. Московск. матем. об-ва, т. CX, 1970.
6. Я. А. Ройтберг, Теорема о гомеоморфизмах для эллиптических граничных задач с граничными условиями, не являющимися нормальными, ДАН СССР, т. 191, № 6, 1970.
7. Я. А. Ройтберг, Теорема о гомеоморфизмах и формула Грина для общих эллиптических граничных задач с граничными условиями, не являющимися нормальными, Матем. сб., т. 83 (125) : 2 (10), 1970.
8. M. Schechter, On L_p estimates and regularuty, I, II, Amer. J. Math., 85, N 1, 1963.
9. Я. А. Ройтберг, Эллиптические задачи с неоднородными граничными условиями и локальное повышение гладкости вплоть до границы обобщенных решений, ДАН СССР, т. 157, № 4, 1964.
10. Я. А. Ройтберг, Теорема о гомеоморфизмах, осуществляемых в L_p эллиптическими операторами, и локальное повышение гладкости обобщенных решений, УМЖ, т. 17, № 5, 1965.
11. Ю. М. Березенский, Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов, «Наукова думка», К., 1965.
12. Я. А. Ройтберг, О граничных значениях обобщенных решений эллиптических уравнений, ДАН СССР, т. 188, № 1, 1969.
13. Я. А. Ройтберг, Формула Грина и теорема о гомеоморфизмах для общих эллиптических граничных задач с граничными условиями, не являющимися нормальными, УМЖ, т. 21, № 3, 1969.
14. М. С. Агранович, Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы, УМН, т. XX, вып. 5(125), 1965.
15. Л. Хермандер, Линейные дифференциальные операторы с частными производными, «Мир», М., 1965.
16. Л. Хермандер, сб. Псевдодифференциальные операторы, «Мир», М., 1967.

Поступила 8.VIII 1970 г.
Черниговский педагогический институт